

КОЭФФИЦИЕНТ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И АНАЛОГИЯ РЕЙНОЛЬДСА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СО ВДУВОМ И ОТСОСОМ ВО ВСЕМ ДИАПАЗОНЕ ЧИСЕЛ ПРАНДТЛЯ

И. И. Вигдорович¹, А. И. Леонтьев²

¹*Институт механики Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

²*Московский государственный технический университет
им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия*

Для ламинарного автомодельного пограничного слоя на проницаемой пластине вычислены коэффициенты восстановления и аналогии Рейнольдса во всем возможном диапазоне изменения числа Прандтля и параметра вдува и отсоса.

Коэффициент восстановления r вводится по формуле

$$T_r = T_e \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right)$$

где T_r — температура теплоизолированной твердой поверхности в газовом потоке (температура восстановления), T_e и M_e — температура и число Маха на внешней границе пограничного слоя, γ — показатель адиабаты, и характеризует степень отклонения температуры восстановления от полной температуры газа. Коэффициент аналогии Рейнольдса α есть удвоенное отношение числа Стантона к коэффициенту поверхностного трения $\alpha = 2St/c_f$. Знание двух этих величин в общем случае позволяет решить задачу о теплопередаче между газовым потоком и стенкой.

Согласно классическим аппроксимационным формулам [1] для ламинарного пограничного слоя на непроницаемой пластине $r \approx \sqrt{Pr}$, $\alpha \approx Pr^{-2/3}$ в диапазоне числа Прандтля $0.5 \lesssim Pr \lesssim 2$. В последнее время, однако, возник ряд новых задач, для решения которых недостаточно соотношений, указанных выше. Это относится к расчету энергоразделения газового потока по методу, предложенному в [2, 3]. При энергоразделении наибольший выигрыш можно ожидать при очень малых либо очень больших коэффициентах восстановления, т.е. для таких чисел Прандтля, которые выходят за пределы указанного интервала. Кроме того, весьма существенными факторами, влияющими на теплопередачу, являются вдув и отсос газа через обтекаемую поверхность.

В настоящей работе на основе известного точного автомодельного решения для ламинарного пограничного слоя на проницаемой пластине коэффициенты восстановления и аналогии Рейнольдса определены во всем возможном диапазоне изменения числа Прандтля и расхода вдуваемого или отсасываемого газа.

Коэффициенты α и r построены на рис. 1 и 2 как функции числа Прандтля для различных значений параметра вдува и отсоса

$$b = \frac{\rho_w v_w}{\rho_e u_e} \sqrt{Re_x}, \quad Re_x = \frac{\rho_e u_e x}{\mu_e}$$

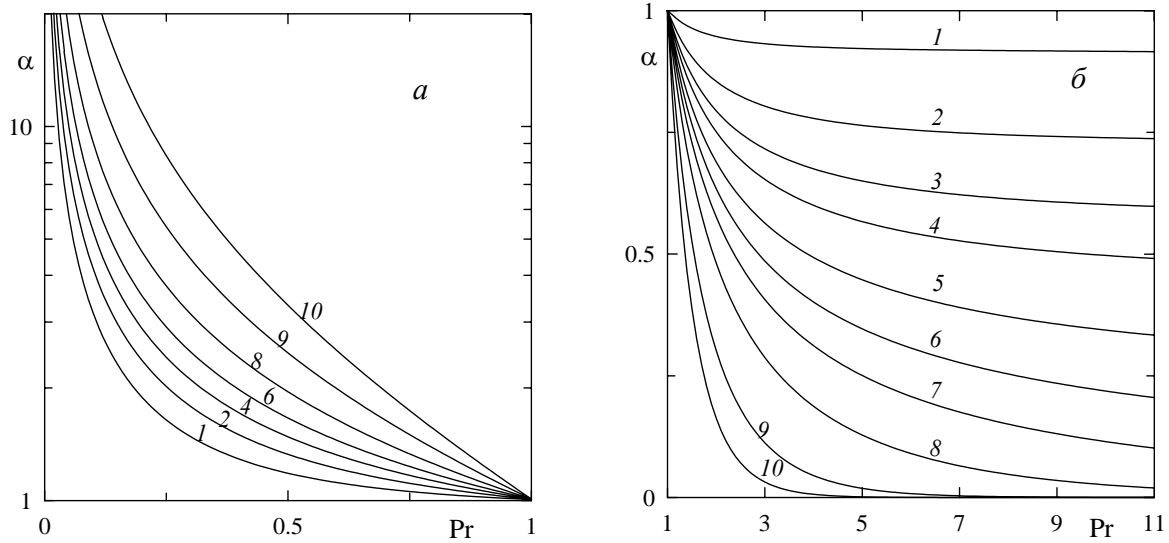


Рис. 1: Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Прандтля для $b = -1.47(1)$, $-0.59(2)$, $-0.35(3)$, $-0.23(4)$, $-0.093(5)$, $0(6)$, $0.082(7)$, $0.19(8)$, $0.36(9)$, $0.62(10)$

Здесь индексами «e» и «w» обозначены параметры набегающего потока и на стенке соответственно, x — расстояние от передней кромки пластины. При $Pr \rightarrow 0$ коэффициент аналогии Рейнольдса стремится к бесконечности (рис. 1, a). Рост α происходит тем быстрее, чем больше параметр b . На рис. 2, a ниже всех, наоборот, лежит кривая, отвечающая критическому вдуву, причем в этом случае всюду кроме очень малой окрестности нуля с хорошей точностью $r \approx Pr$. Кривая 6 на рис. 1, b соответствует непроницаемой пластине; выше нее лежат кривые, соответствующие отсосу. При $Pr \rightarrow \infty$ они стремятся к конечному пределу. Ниже кривой 6 лежат кривые, отвечающие вдуву, которые экспоненциально стремятся к нулю. Еще более сильное влияние параметр b оказывает на поведение при $Pr > 1$ коэффициента восстановления (рис. 2, b). При отсосе с ростом числа Прандтля величина r стремится к конечному пределу, который тем меньше, чем меньше параметр b . При вдуве коэффициент восстановления экспоненциально стремится к бесконечности, причем показатель экспоненты при увеличении параметра вдува неограниченно растет, так что при критическом вдуве функция $r(Pr)$ существует только на конечном интервале $0 < Pr < 2$.

Таким образом, классические формулы имеют ограниченный интервал применимости и несправедливы для коэффициента восстановления r при больших числах Прандтля, а для коэффициента аналогии Рейнольдса α — при малых. В этих случаях величины α и r имеют степенную асимптотику с другими показателями степени. Очень существенное влияние на α и r оказывают вдув и отсос, которые полностью меняют поведение этих коэффициентов при $Pr > 1$. Когда $Pr \rightarrow \infty$, при отсосе функции $\alpha(Pr)$ и $r(Pr)$ стремятся к конечному пределу, а при вдуве $r(Pr)$ экспоненциально возрастает, а $\alpha(Pr)$ экспоненциально убывает. В случае критического вдува $r \approx Pr$ на интервале

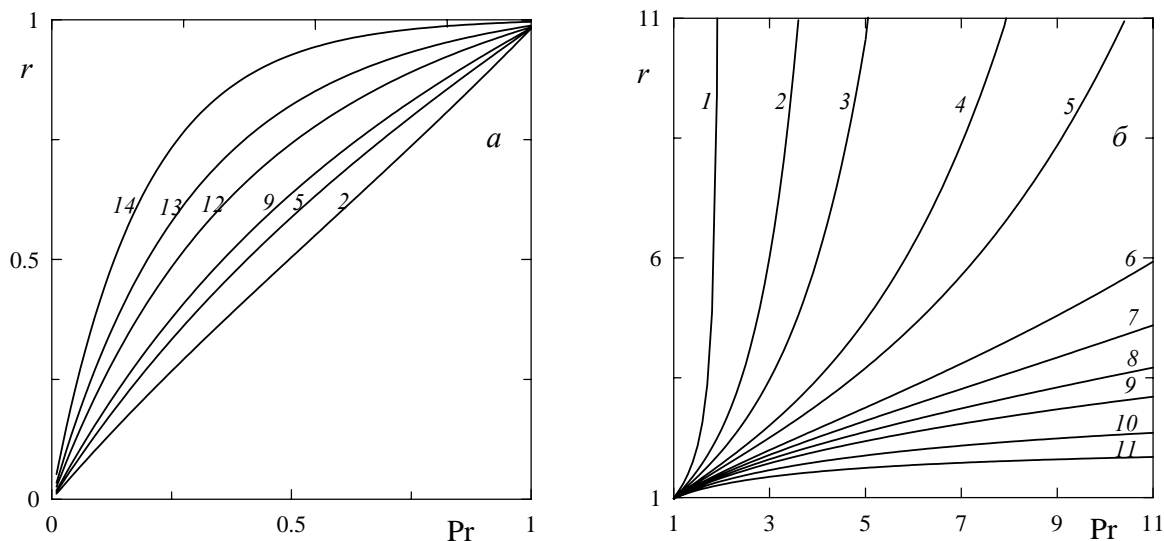


Рис. 2: Зависимость коэффициента восстановления от числа Прандтля для $b = 0.62(1)$, $0.46(2)$, $0.36(3)$, $0.24(4)$, $0.19(5)$, $0.12(6)$, $0.082(7)$, $0.042(8)$, $0(9)$, $-0.093(10)$, $-0.23(11)$, $-0.58(12)$, $-1.47(13)$, $-7.29(14)$

$0 < Pr \leq 1$, а при $Pr \rightarrow 2$ функция $r(Pr)$ стремится к бесконечности, так что коэффициент восстановления при критическом вдуве существует только на интервале $0 < Pr < 2$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты №№ 09-08-00307, 12-08-00260.

Список литературы

- [1] Теория теплообмена. Учебник для вузов. Под ред. А. И. Леонтьева. М.: Высшая школа. 1979. 456 с.
- [2] Леонтьев А.И. Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35. № 1. С. 157–159.
- [3] Леонтьев А.И. Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Докл. РАН. 1997. Т. 354. № 4. С. 475–477.