

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КИНЕТИКИ ОБЛАЧНЫХ КАПЕЛЬ В СЛЕДЕ САМОЛЕТА

И. В. Деревич¹, А. Г. Здор², А. Л. Стасенко³

¹ *Московский государственный университет инженерной экологии*

² *Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва*

³ *Московский физико-технический институт*

Введение. Расчёт параметров течений вблизи поверхностей летательных аппаратов и в их следах является важной для практики задачей. Атмосфера Земли имеет сложный компонентный состав и содержит помимо газовой фазы (воздуха, паров воды) жидкое и твёрдое диспергированное вещество. К последнему относят капли конденсата разного химического состава, частицы пыли, сажи, кристаллы соли, появляющиеся в результате естественных процессов, а также вследствие техногенной деятельности человека. Поэтому рассматриваемые течения относятся к классу турбулентных многофазных полидисперсных неравновесных потоков.

Среди возможных сфер приложения результатов исследований подобных течений необходимо упомянуть экологию, метеорологию, авиацию. Действительно, в засушливых странах актуальны вопросы локального регулирования климата и управления ростом облаков и выпадением осадков. В связи с активной техногенной деятельностью человека важными задачами являются экологический мониторинг атмосферы и диагностика/предсказание динамики и химического состава аэрозольных включений. В аэрокосмической области актуален целый ряд других вопросов. Здесь следует упомянуть влияние летательных аппаратов, которые вносят возмущения в “фоновый” аэрозоль. Это может приводить к образованию следов испарения/конденсации, а также изменению его дисперсности. Практический интерес представляет оценка влияния большой массовой доли конденсата на аэродинамические характеристики аппаратов (например, посадка в дождь). Особую важность имеет задача об оценке скорости обледенения самолётов при полётах во влажной атмосфере, его влиянии на аэродинамику ЛА и выработка рекомендаций по борьбе с ним.

Теория многофазных турбулентных потоков в настоящее время ещё далека от завершения. Здесь приходится сталкиваться с моделированием большого количества разнообразных физических процессов: тепломассообмена дисперсной фазы с несущим газом, дробления капель под действием аэродинамических сил, их коагуляции/дробления при взаимных столкновениях. Каждый из них является отдельной темой для исследований и определяется рядом параметров окружающего газа, дисперсной фазы, а также безразмерными критериями. Даже при условии, что многие из них детально изучены и описаны, из-за сильной неоднородности рассматриваемых течений оказывается очень сложным предсказать доминирующий процесс в данной пространственно-временной точке. Поэтому представляет интерес построение синтетических моделей динамики многофазных потоков, где все упомянутые выше явления принимаются в учёт. К сожалению, экспериментальные данные, касающиеся исследования течений этого класса, крайне скудны. Поэтому особенно важно развитие методов численного моделирования. Современные мощности ЭВМ позволяют в некоторой степени улучшать ситуацию и получать данные о поведении многофазных потоков.

В работе проведены теоретическое и численное исследования динамики и изменений дисперсности капель водного конденсата в следе высокоскоростного летательного аппарата в рамках синтетической модели.

Предполагается, что капли чистой воды в составе аэрозоля верхних слоёв атмосферы находятся в переохлаждённом состоянии. При взаимодействии с газодинамическими неоднородностями потока они могут участвовать в различных физических процессах, подробно описанных в монографиях [1 – 4]:

– Дробление капель под действием аэродинамических сил. В зонах сильной неоднородности течения (ударные волны), где существенны отличия скоростей газа и конденсата (вследствие большей инерционности последнего) аэродинамические силы доминируют над силами, восстанавливающими форму капель (поверхностное натяжение). В результате в них могут развиваться колебания с резонансными модами, приводящие к дроблению частиц аэрозоля.

–Фазовые переходы и теплообмен с окружающим газом. Испарение капель происходит в областях нагретого газа (скачки уплотнения, пограничный слой на поверхности ЛА). Смещаясь вместе с газом вниз по потоку, пары воды и дисперсная фаза попадают в зоны, где возможна реконденсация, как гомогенная, так и гетерогенная. Ядрами последней служат неиспарившиеся до конца капли воды, частицы атмосферной пыли и теплозащитного покрытия ЛА, попадающие в течение в результате абляции. След заполняется аэрозолем, массовый спектр и числовая концентрация которого отличается от невозмущённых “фоновых” значений.

–Коагуляция. В результате отличий в осреднённых скоростях частиц, увлечения турбулентными пульсациями несущего газа, броуновского движения, возможных их столкновения, ведущие к дроблению или слиянию в зависимости от условий соударения [2 – 4]. Эти процессы также оказывают влияние на трансформацию массового спектра и числовой концентрации аэрозоля.

Основными целями работы являлись исследование степени влияния указанных выше процессов на динамику дисперсной фазы и разработка численных алгоритмов, позволяющих проводить расчёты в широком диапазоне параметров.

При расчётах в двумерной постановке конфигурация ЛА моделировалась плоской пластиной малой толщины и конечной протяжённости вниз по потоку, расположенной под углом атаки к набегающему потоку. В трёхмерном случае исследовалось обтекание тонкого треугольного крыла. Содержание дисперсной фазы “на бесконечности” (отношение массовой концентрации конденсата к плотности газа) принималось малым, поэтому обратное влияние аэрозоля на газ не учитывалось. В связи с этим сначала рассчитывались основные характеристики поля обтекания пластины только газом, а затем на этот “фон” накладывалась дисперсная фаза.

Газодинамический “фон”. Обтекание пластины вязким теплопроводным совершенным газом (при $\gamma \approx 1,4$) рассмотрено в условиях, соответствующих полёту в атмосфере Земли на высоте 10 км под углом атаки 10° при числах Маха набегающего потока 2 и 4. Для описания турбулентности применялась двухпараметрическая $q-\omega$ модель [8]. Численное решение полных нестационарных уравнений Навье – Стокса проводилось методом “крупных частиц”. В зонах косых скачков уплотнения и вееров волн разрежения результаты расчётов находятся в хорошем качественном и количественном соответствии с известными классическими решениями задач обтекания тонких тел идеальным совершенным газом [9]. Обтекание треугольного крыла рассмотрено в невязкой постановке для внешних условий, аналогичных плоскому случаю.

Дисперсная фаза. Для описания динамики конденсата использовалась модель полидисперсного аэрозоля [2-4], учитывающая упомянутые выше процессы: дробление и коагуляцию частиц, влияние турбулентных пульсаций на частоту столкновений капель, обмен импульсом и тепломассообмен (как межфракционный, так и с несущим газом). В рамках гидродинамической модели двухфазная система представляется многокомпонентной сплошной средой (при расчётах рассматривались три фракции). Считается, что все частицы данной фракции являются сферическими и в фиксированной точке пространства-времени имеют одинаковые скорости, размеры и температуры, причём для разных фракций эти величины могут отличаться. Таким образом, каждая фракция в данной точке пространства и в данный момент времени может быть охарактеризована вектором состояния $\xi_s(n_s, \rho_s, \mathbf{v}_s, T_s, a_s)$. Здесь n_s, ρ_s – числовая и массовая концентрация частиц s -ой фракции, \mathbf{v}_s – вектор их осреднённой скорости, T_s, a_s – среднеобъёмная температура капель фракции и их радиус.

Фазовые переходы. В данной модели динамики полидисперсного аэрозоля допускается обмен фракций массой и теплом с несущим газом. Считалось, что температура каждой частицы постоянна по объёму и совпадает с её средней поверхностной температурой. Для континуального режима обтекания частиц, когда потоки массы и тепла к поверхности капли обусловлены диффузией и теплопроводностью, полные тепловой поток Q_T^C и скорость изменения массы капли Q_m^C в предположении степенной зависимости динамической вязкости газа от температуры $\mu_m(T) = Const \cdot T^\omega$ имеют вид (для краткости индекс, обозначающий номер фракции, опущен):

$$Q_m^C = 2\pi a D^{(r)} \left(\rho_v^{(r)} - \rho_{vs}(T_a) \right) Sh f^{(2)}, \quad Q_T^C = 2\pi a \lambda^{(r)} \left(T^{(r)} - T_a \right) Nu f^{(2)},$$

где $\rho_v^{(r)}$ – массовая концентрация водяного пара, $\rho_{vs}(T_a)$ – плотность насыщенного пара при температуре T_a частицы. Зависимость плотности насыщенного пара от температуры описывалась формулой Клапейрона-Клаузиуса. Выражения для остальных коэффициентов имеют вид:

$$f^{(2)} = \frac{(T^{(r)})^{\omega+1} - T_a^{\omega+1}}{(\omega+1)T_a^\omega(T^{(r)} - T_a)}, \quad D^{(r)} = \frac{\mu_m(T^{(r)})}{\rho^{(r)}Sc}, \quad \lambda^{(r)} = \frac{c_p \mu_m(T^{(r)})}{Pr},$$

$$Re_a = \frac{2a\rho|\mathbf{v} - \mathbf{u}|}{\mu_m(T)}, \quad Sh = Nu = 2 + \frac{1}{2} Pr^{\frac{1}{3}} \sqrt{Re_a}.$$

Здесь T, \mathbf{u} – локальные температура и скорость несущего газа. Верхний индекс “ r ” означает, что отмеченные величины равны своим значениям в адиабатически заторможенном потоке газа, обтекающем частицу данной фракции (для капель разных фракций в фиксированной точке значения чисел Маха обтекания могут отличаться). Коэффициент восстановления при расчётах принимался равным единице по нескольким причинам. Во-первых, он пропорционален квадратному корню из числа Прандтля ($Pr \approx 0,74$), которое само близко к единице. Затем, как показали вычисления, числа Маха обтекания капель всех фракций не превосходят значения ≈ 0.8 . Поэтому вносимые сделанным предположением ошибки являются достаточно малыми и находятся в рамках погрешностей расчёта. Аналогия процессов тепло- и массопереноса в несжимаемых потоках даёт основания распространить её на случай чисел Маха, близких к единице. Этим объясняется структура использованных выражений для пересыщения и коэффициентов диффузии в потоках массы к поверхностям капель фракций конденсата [1].

Вследствие неоднородности течения характер процессов тепломассообмена для фиксированной частицы может качественно меняться от континуального до свободномолекулярного режимов. При больших числах Кнудсена обтекания капли для полных потоков массы и тепла к её поверхности использовались зависимости, учитывающие также и скоростное скольжение фаз:

$$Q_m^{Rf} = \alpha_K \pi a^2 \langle v \rangle \left\{ \rho_v \left[\frac{1}{2} \exp(-S^2) + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left(2S + \frac{1}{S} \right) \operatorname{erf}(S) \right] - \rho_{vs}(T_a) \sqrt{\frac{T_a}{T}} \right\},$$

$$Q_T^{Rf} = \frac{\pi^2}{16} a^2 \langle v \rangle^3 \left\{ \rho_v C_T - \alpha_K \rho_{vs}(T_a) \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(\frac{T_a}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \right\},$$

$$C_T = C_T^{(1)} + C_T^{(2)}, \quad \langle v \rangle^2 = \frac{8k_B T}{\pi m_0}, \quad S = M_a \sqrt{\frac{\gamma}{2}},$$

$$C_T^{(1)} = [\alpha_e (1 - \alpha_K) + \alpha_K] \sqrt{\pi} \left\{ (S^2 + 2) \frac{\operatorname{erf}(S)}{S} + \left(S^2 + \frac{5}{2} \right) \left[\frac{2S^2 - 1}{2S} \operatorname{erf}(S) + \frac{\exp(-S^2)}{S\sqrt{\pi}} \right] \right\},$$

$$C_T^{(2)} = \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{2S^2 + 1}{S} \operatorname{erf}(S) + \exp(-S^2) \right] \left\{ \alpha_e (1 - \alpha_K) \left[\frac{5 - 3\gamma}{2(\gamma - 1)} \left(1 - \frac{T_a}{T_1} \right) - 2 \frac{T_a}{T_1} \right] + \alpha_K \frac{5 - 3\gamma}{2(\gamma - 1)} \right\}.$$

Здесь k_B – постоянная Больцмана, m_0 – масса молекулы воды, M_a – число Маха обтекания частицы газом, α_K – коэффициент конденсации, α_e – коэффициент аккомодации молекул воды по энергии.

Большой интерес представляет интерполяция выражений для потоков массы и тепла, полученных для предельных случаев континуального и свободномолекулярного режимов обтекания, на случай промежуточных значений числа Кнудсена. Даже при малом количестве

фракций конденсата вычислительные затраты становятся очень существенными, приближаясь к границе возможностей современных ПЭВМ (особенно при использовании метода установления для плоских и трёхмерных задач). Поэтому представляется целесообразным отдать предпочтение простым вариантам интерполяции. Этим требованиям простоты и адекватности удовлетворяют, например, формулы типа “параллельных проводимостей”, проверенные при дозвуковых режимах обтекания капель:

$$\Psi = \frac{\Psi^{Rf} \Psi^C}{\Psi^{Rf} + \Psi^C}, \quad \Psi \in \{Q_m, Q_T\}$$

Аэродинамические силы. При обдуве шаровой частицы в континуальном режиме действующая на неё сила состоит из нескольких слагаемых. При расчётах рассматривалась только одна составляющая, для которой использовалось выражение:

$$\mathbf{F}^A = \frac{1}{2} \pi a^2 \rho C_D |\mathbf{u} - \mathbf{v}| (\mathbf{u} - \mathbf{v}).$$

В континуальном случае использована трёхчленная аппроксимация стандартной кривой сопротивления с поправочным множителем, описывающим зависимость сопротивления от числа Маха (Хернер, 1958 г.). При наличии разности температур капель и несущего газа также требуется вводить поправки к коэффициенту сопротивления. При вычислениях использовалось эмпирическое “правило 1/3”, согласно которому число Рейнольдса зависит от локальной плотности газа и коэффициента вязкости, взятого при температуре T_d , заключенной между T_a и T [1]:

$$C_D^C = \left(\frac{24}{Re_d} + \frac{4,4}{\sqrt{Re_d}} + 0,42 \right) \left(1 + \exp \left\{ - \frac{0,427}{M_a^{4,63}} \right\} \right)$$

$$T_d = T_a + \frac{1}{3} (T - T_a), \quad Re_d = \frac{2a\rho |\mathbf{u} - \mathbf{v}|}{\mu_m(T_d)}.$$

Для случая *свободномолекулярного* обтекания частиц конденсата с учётом процессов массообмена и скоростного скольжения коэффициент сопротивления имеет следующий вид [1]:

$$C_D^{Rf} = \frac{1 + 2S^2}{\sqrt{\pi} S^3} \exp(-S^2) + \frac{4S^4 + 4S^2 - 1}{2S^4} \operatorname{erf}(S) + \frac{2}{3} \alpha_n \sqrt{\pi} \frac{T_a}{T_1} \frac{(1 - \alpha_K)}{S},$$

где α_n – коэффициент аккомодации молекул по импульсу.

Для коэффициента сопротивления при промежуточных значениях чисел Кнудсена обтекания частиц использована интерполяция:

$$C_D = \frac{C_D^{Rf} C_D^C}{C_D^C + C_D^{Rf}}.$$

Дробление капель под действием аэродинамических сил. Существует сложная классификация режимов дробления капель в потоках [4]. При расчетах в качестве критерия использовалось число Вебера (σ_l – коэффициент поверхностного натяжения воды):

$$We = \frac{2\rho a |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2}{\sigma_l}.$$

Дробление моделировалось по схеме удвоения: если локальное значение числа Вебера данной фракции превосходило критическое, считалось, что капля распадается на две одинаковые части. Затем находились новые величины We и снова сравнивались с $We_{кр}$. В случае $We \geq We_{кр} = 16$ процесс повторялся.

Коагуляция. Для моделирования процессов коагуляции дискретные изменения массы частиц при столкновениях условно заменяются непрерывными, что приводит к асимметрии в описании взаимодействий данной фракции с каплями большего и меньшего размеров. Предполагается, что частицы сохраняют свою принадлежность к данной фракции при столкновениях с меньшими (снарядами) и выбывают из неё при соударениях с большими (мишенями), иначе говоря, в первом случае изменяется их масса, а во втором – количество. При этом допускается возвращение некоторой доли вещества во фракцию снарядов в виде образующихся капель – осколков.

В рамках принятой локально-монодисперсной модели дробления при взаимных столкновениях сложные массовые, скоростные, температурные спектры осколков и мишеней заменяются упрощёнными. Считается, что все образующиеся осколки имеют радиус снаряда, а их начальные скорости и температуры совпадают с аналогичными параметрами мишени. Интенсивность дробления последней характеризуется полуэмпирическим коэффициентом коагуляции/дробления, по определению равным математическому ожиданию отношения изменения массы мишени, вызванному ударами частиц некоторой фиксированной фракции, к суммарной массе столкнувшихся с ней снарядов этого сорта. Начальные параметры мишени после столкновения определяются на основе законов сохранения и приведённых выше предположений. Поскольку все частицы данной фракции в фиксированной точке пространства-времени обладают одинаковыми параметрами, приходится делать дополнительные предположения о поведении избытков импульса и внутренней энергии нового вещества этого сорта (*перераспределительные гипотезы*). При расчётах использовалась *гипотеза I*: равномерное распределение избытков импульса и энергии нового вещества фракции по всем её частицам, что можно трактовать как некоторое усреднение внутри сорта, не обязательно связанное с каким-либо реально существующим физическим механизмом выравнивания параметров.

Относительные скорости фракций дисперсной фазы. При моделировании процессов коагуляции необходимо знать $|\Delta \mathbf{v}_{js}|$ – среднюю относительную скорость сталкивающихся частиц (здесь j – снаряды, s – мишени). Действительно, среднее количество соударений всех частиц сорта j с частицами сорта s в единице объёма за единицу времени пропорционально $K_{js} n_j n_s$, где K_{js} – ядро интеграла столкновений, для которого при расчётах использовалось следующее выражение:

$$K_{js} = \pi (a_j + a_s)^2 |\Delta \mathbf{v}_{js}|.$$

Величины $|\Delta \mathbf{v}_{js}|$ зависят как от осреднённых скоростей фракций, так и от их стохастических составляющих, которые обусловлены вовлечением капель в турбулентное движение несущего газа и их участием в броуновском движении (играет важную роль для мелких частиц):

$$|\Delta \mathbf{v}_{js}| = \sqrt{|\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_s|^2 + |\Delta \mathbf{v}_{js}^{rand}|^2},$$

$$|\Delta \mathbf{v}_{js}^{rand}| = |\Delta \mathbf{v}_{js}^{tur}| + |\Delta \mathbf{v}_{js}^{Br}|.$$

В первой формуле вычисляется средний квадрат суммы двух векторов с некоррелированной фазой, во втором – среднее значение суммы модулей двух независимых случайных величин.

При континуальном обтекании частиц для величины $|\Delta \mathbf{v}_{js}^{Br}|$ в работе [4] использовано выражение:

$$|\Delta \mathbf{v}_{js}^{Br}| = \frac{2k_B T}{3\pi a_j a_s \mu_m(T)}.$$

Исследование взаимодействия капель с турбулентными пульсациями потока потребовало отдельного рассмотрения. Это взаимодействие является одной из причин взаимных столкновений частиц, а также вызывает их диффузионное движение. В работе использовались результаты исследования параметров относительного движения капель на основании статистического подхода [5-7] и следующие из них простые аппроксимирующие зависимости, удобные для применений в численных алгоритмах.

Трёхмерный спектр турбулентности моделировался путём сращивания аппроксимаций Кармана и Пао [10]. С его учётом получены строгие результаты для функций, описывающих вовлечение частиц в пульсационное движение. Для функции вовлечения частиц справедливо [6-7]:

$$f_s \equiv \frac{k_s^p}{k_{tur}} = \left(1 + \sqrt{\frac{8}{\pi}} \Omega_s \sqrt{1 + \gamma_s^2} \right)^{-1},$$

где k_s^p – средняя удельная энергия пульсационного движения частиц, $k_{tur}, \varepsilon_{tur}$ – средняя удельная энергия пульсационного движения несущей среды и скорость её диссипации, $\Omega_s = \tau_s / T_E$ – параметр инерционности (τ_s – время динамической релаксации капель фракции по скорости, $T_E \sim k_{tur} / \varepsilon_{tur}$ – временной интегральный масштаб турбулентности, характеризующий время жизни энергоёмких вихрей), $\gamma_s = |\mathbf{v}_s - \mathbf{u}| / u_{tur}$ – параметр скольжения, равный отношению модуля осреднённой скорости скольжения к характерной скорости турбулентных пульсаций газа. Для среднего значения модуля относительной скорости двух частиц использована зависимость [6-7]:

$$|\Delta \mathbf{v}_{js}^{tur}| = \sqrt{\frac{16k_{tur}}{3\pi}} (f_s + f_j - 2\rho_{js} \sqrt{f_j f_s})^{\frac{1}{2}}, \quad \rho_{js} = \left[1 + \frac{8}{\pi} (\Omega_j^2 f_j + \Omega_s^2 f_s) \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Коэффициенты коагуляции/дробления. Принималось:

$$m_s + m_j = m'_s + m_{оск} \quad - \text{закон сохранения массы,}$$

$$\Phi_{js} = \left\langle \frac{m'_s - m_s}{m_j} \right\rangle \quad - \text{коэффициент коагуляции/дробления,}$$

где m_j – суммарная масса капель – снарядов, «обстрелявших» мишень, m_s, m'_s – масса мишени до и после столкновения, $m_{оск}$ – суммарная масса осколков, образовавшихся при соударении.

Как результат обработки экспериментальных данных в монографии [4] приводятся интерполирующие зависимости коэффициентов коагуляции/дробления от условий соударения, описанные в терминах чисел Рейнольдса и Лапласа:

$$\text{Re}_{js} = \frac{2\rho_l a_j}{\mu_l} |\Delta \mathbf{v}_{js}|, \quad \text{Lp}_s = \frac{2\rho_l \sigma_l a_s}{\mu_l^2},$$

$$\lambda_{js} = \left(\frac{\text{Re}_{js}}{383,6} \right)^{0,572} \left(\frac{370,37}{\text{Lp}_s} \right)^{0,153} \left(2,37 \frac{a_j}{a_s} \right)^{0,597}, \quad \Phi_{js} = 1,4 - 1,979\lambda_{js} + 0,507(2\lambda_{js}^2 - 1),$$

где μ_l – динамическая вязкость воды. Заметим, что всегда $\Phi_{js} \leq 1$, случай равенства единице соответствует полной коагуляции (все снаряды сливаются с мишенью), при $\Phi_{js} < 0$ часть материала мишени переходит во фракцию осколков.

Основные уравнения. Ниже приводится использованная при расчётах система уравнений динамики полидисперсного конденсата [2-4]. Учитывается обмен массой, импульсом, теплом между частицами конденсата и газом, а также между каплями разных фракций:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_s n_s) = -\frac{1}{2} K_{ss} n_s^2 - n_s \sum_{m=s+1}^N n_m K_{sm} (1 - \Phi_{sm}),$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_s \rho_s) = n_s \{\dot{m}_s\}^{Ph} + n_s \sum_{j=1}^{s-1} K_{js} \Phi_{js} \rho_j - \rho_s \sum_{m=s+1}^N K_{sm} \Phi_{sm} n_m,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s v_s^\alpha}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_s \rho_s v_s^\alpha) &= n_s F_A^\alpha + n_s v_s^\alpha \{\dot{m}_s\}^{Ph} + \\ &+ n_s \sum_{j=1}^{s-1} K_{js} \rho_j (v_j^\alpha - (1 - \Phi_{js}) v_s^\alpha) - \rho_s \sum_{m=s+1}^N K_{sm} n_m (v_s^\alpha - (1 - \Phi_{js}) v_m^\alpha), \quad \alpha \in \{1, 2, 3\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s e_s}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_s \rho_s e_s) &= n_s \{q_s\}^{Ph} + n_s (\mathbf{F}_s^A, \mathbf{v}_s) + n_s (e_s + L_{lv}) \{\dot{m}_s\}^{Ph} + \\ &+ n_s \sum_{j=1}^{s-1} K_{js} \rho_j (e_j - (1 - \Phi_{js}) e_s) - \rho_s \sum_{m=s+1}^N K_{sm} n_m (e_s - (1 - \Phi_{sm}) e_m), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{u} \rho_v) = -\sum_{s=1}^N \{\dot{m}_s\}^{Ph} n_s.$$

Здесь $e_s = c_l T_s + \frac{|\mathbf{v}_s|^2}{2}$ – удельная энергия частиц фракции, ρ_v – плотность водяного пара в несущем потоке, $\{\dot{m}_s\}^{Ph} = Q_m$, $\{q_s\}^{Ph} = Q_T$ (правые части двух последних равенств вычисляются для частиц рассматриваемой фракции s).

Результаты расчётов. Приводятся результаты расчётов для тонкой плоской пластины (длина в направлении вниз по потоку 10м, толщина 6см), обтекаемой сверхзвуковым ($M_\infty = 2$ и 4) двухфазным потоком под углом атаки 10° . Расчётная область взята прямоугольной, охватывающей треть длины пластины вверх по потоку и приблизительно 2 длины вниз по потоку. Для уменьшения влияния неточностей в моделировании краевых условий на границах области её размеры подбирались так, чтобы все косые скачки уплотнения и веера волн разряжения сносились на ту её часть, через которую поток вытекает. Область покрывалась сеткой из 533x322 прямоугольных ячеек со сгущениями вблизи поверхности тела. Обратное влияние конденсата на газ не рассматривалось, поэтому сначала проводились расчёты полей только газодинамических величин течения. На пластине использовались стандартные граничные условия прилипания, непротекания и адиабатичности. Вычисления совершались в два этапа: сначала методом установления получалась картина обтекания в невязкой постановке с условиями непротекания на теле, затем эти результаты принимались за начальные для уравнений $q - \omega$

модели, которые также решались методом установления. Метод крупных частиц позволил проводить сквозной счёт, без предварительного выделения особенностей течения.

На рис.1 представлены изолинии числовых концентраций двух фракций дисперсной фазы для режима $M_\infty = 2$. В носовой части пластины изменения концентраций частиц обоих сортов по сравнению с невозмущёнными значениями приблизительно одинаковы (увеличиваются в несколько раз за фронтом отошедшей ударной волны). При этом области, где такие изменения выражены, для крупных капель имеют геометрически более компактный характер. Это можно объяснить большей инерционностью последних, вследствие которой их траектории искривляются лишь в зонах более интенсивных изменений параметров газодинамического фона.

Поля размеров частиц конденсата фракций имеют существенные отличия (рис.2). Мелкая фракция лучше релаксирует к потоку по скорости и температуре, что объясняет практически полное испарение её капель за фронтом головной ударной волны. Этот факт подтверждается графиками рис.3 и 4, представляющими вертикальные сечения полей скоростей и температуры дисперсной фазы и газа, проведённые через носовую часть пластины. В хвостовой области и на подветренной стороне пластины частиц крупной фракции заметно меньше, чем мелких (вблизи донного среза пластины есть зона, где крупные капли практически отсутствуют). Эффект тоже обуславливается инерционностью крупных капель, в результате чего они не достигают подветренной поверхности обтекаемого тела. Также представляется важной роль коагуляции частиц этой фракции при взаимных столкновениях, которая усиливается в результате их вовлечения в развитое турбулентное движение газа, что сопровождается ростом их радиуса (рис.2(б)). Частицы мелкой фракции в пристеночной области хвостовой части пластины практически полностью испаряются в горячем пограничном слое. В результате образуется свободная от них зона, распространяющаяся вниз по потоку приблизительно на десятую часть длины обтекаемого тела.

Графики рис.3 позволяют сравнить степени релаксации по скорости к несущему газу для частиц трёх разных фракций при двух рассмотренных режимах обтекания. В целом можно отметить, что чем частицы мельче, тем они лучше “подстраиваются” к потоку. Меньшие отличия горизонтальных составляющих скоростей капель от скорости газа для режима $M_\infty = 4$ по сравнению с режимом $M_\infty = 2$ объясняются предварительным дроблением частиц в головной ударной волне. Однако полной релаксации может и не быть, что видно для режима $M_\infty = 2$, где разница составляет приблизительно 30% для крупной фракции. На рис.4 сравниваются температуры фракций и газа в том же сечении расчётной области. Заметно, что релаксация по температуре выражена меньше, чем по скорости, что обусловлено большим характерным временем процессов теплообмена. Разность температур частиц крупной фракции и газа может быть более 50%.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 07-01-0078 и 07-08-00732.

Литература

- [1] Гишинский М.М., Стасенко А.Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. – М.: Машиностроение 1990.
- [2] Стасенко А.Л. Физическая механика многофазных потоков. – М.: Изд-во МФТИ, 2004.
- [3] Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. – Изд-во Томского ун-та, 1986.
- [4] Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. – М.: Машиностроение 1994.
- [5] Деревич И.В. Столкновения частиц в турбулентном потоке. Изв. РАН. МЖГ.1996. №2, стр. 104.
- [6] Derevich I.V. Statistical modeling of particles relative motion in a turbulent gas flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, № 49 (2006), pp. 4290-4304.
- [7] Derevich I.V. Coagulation kernel of particles in a turbulent gas flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, № 50 (2007), pp. 1368-1387.
- [8] T.J.Coakley. Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations. – AIAA-83-1693.
- [9] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука 1987.
- [10] Pao Y.H. Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave numbers. Phys. Fluids. 1965. V.8.P.1063-1075.

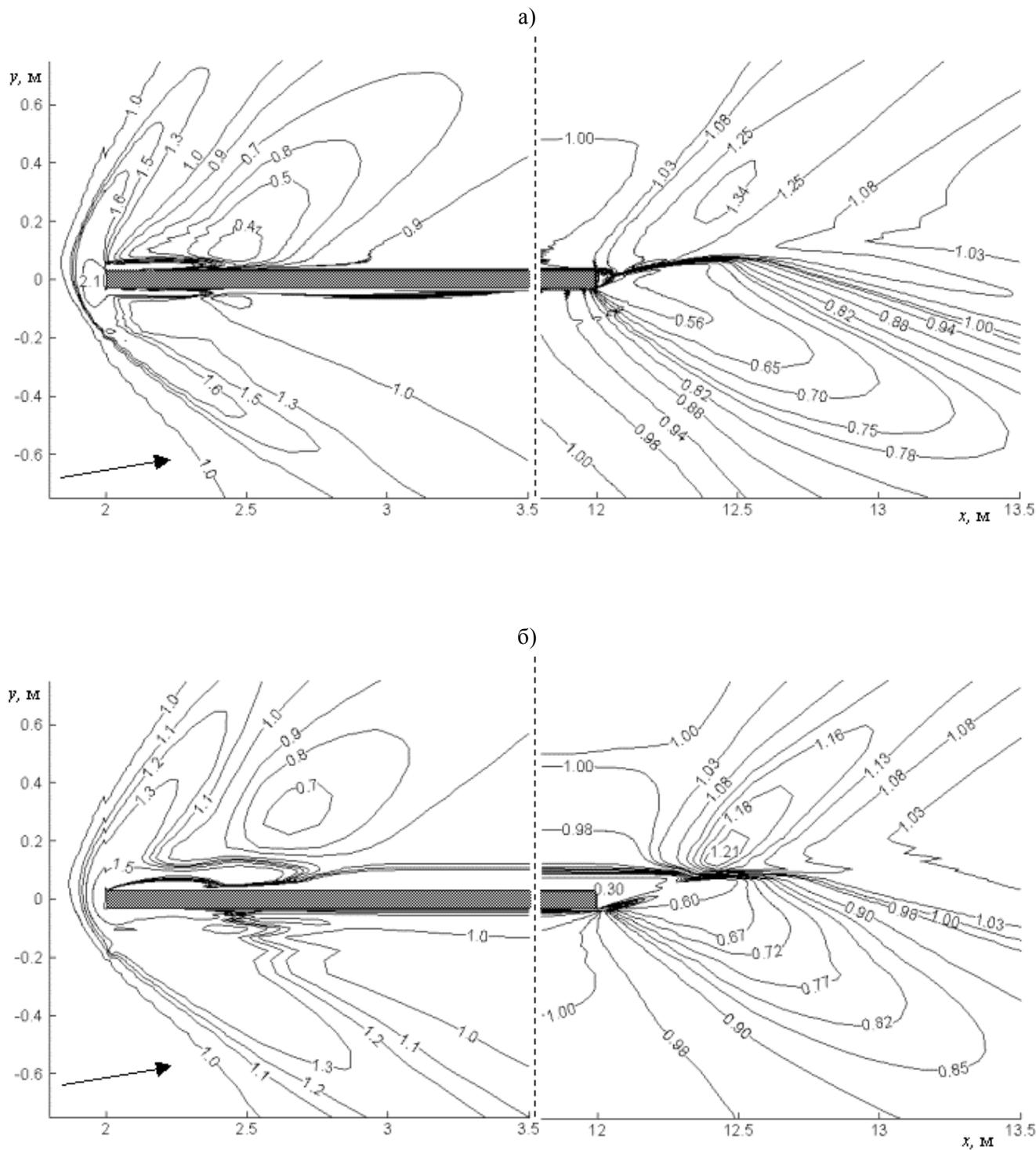


Рис.1 Изолинии полей числовой концентрации ($n \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-3}$) фракций дисперсной фазы для режима $M_{\infty} = 2$, угол атаки 10° . а) Самая мелкая фракция (размер “на бесконечности” равен 1 $\mu\text{м}$), б) Самая крупная фракция (размер “на бесконечности” равен 10 $\mu\text{м}$). Стрелки указывают направление набегающего потока.

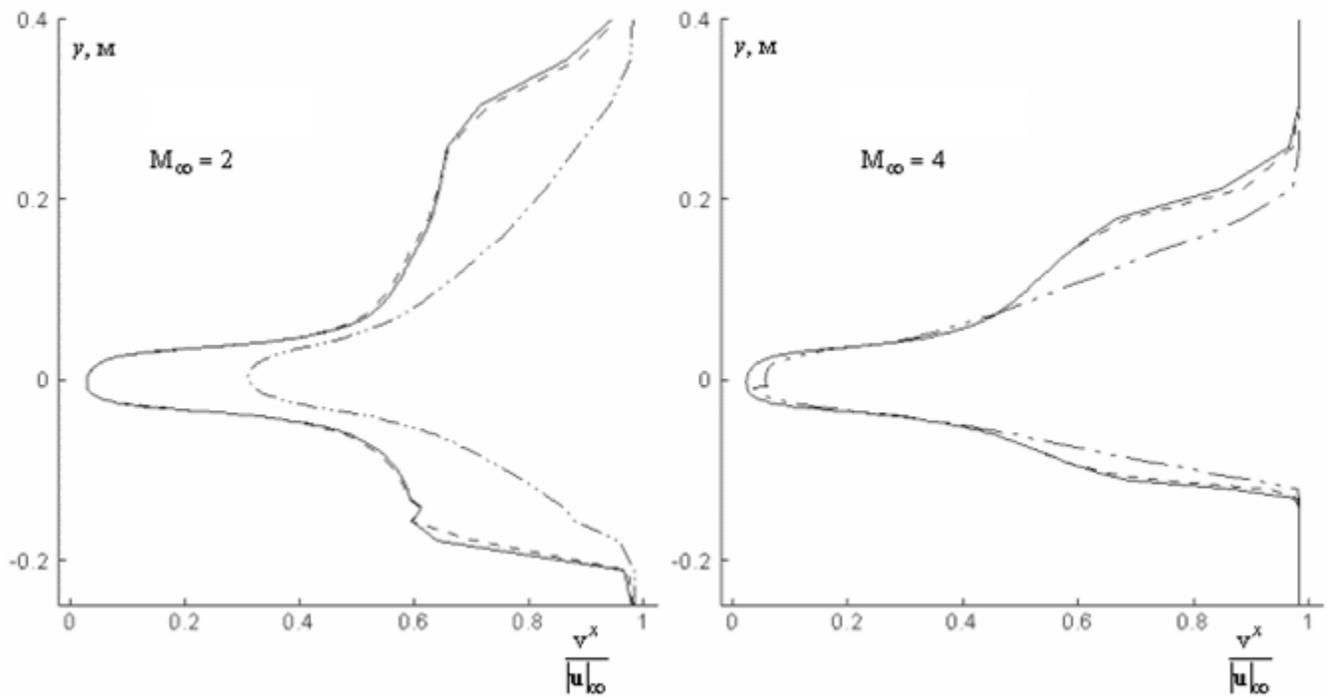


Рис 3. Зависимость горизонтальных составляющих скоростей дисперсной фазы и газа от вертикальной координаты в носовой части пластины.

----- фракция с радиусом “на бесконечности” 1мкм, - · - · - · - 10мкм, ——— несущий газ.

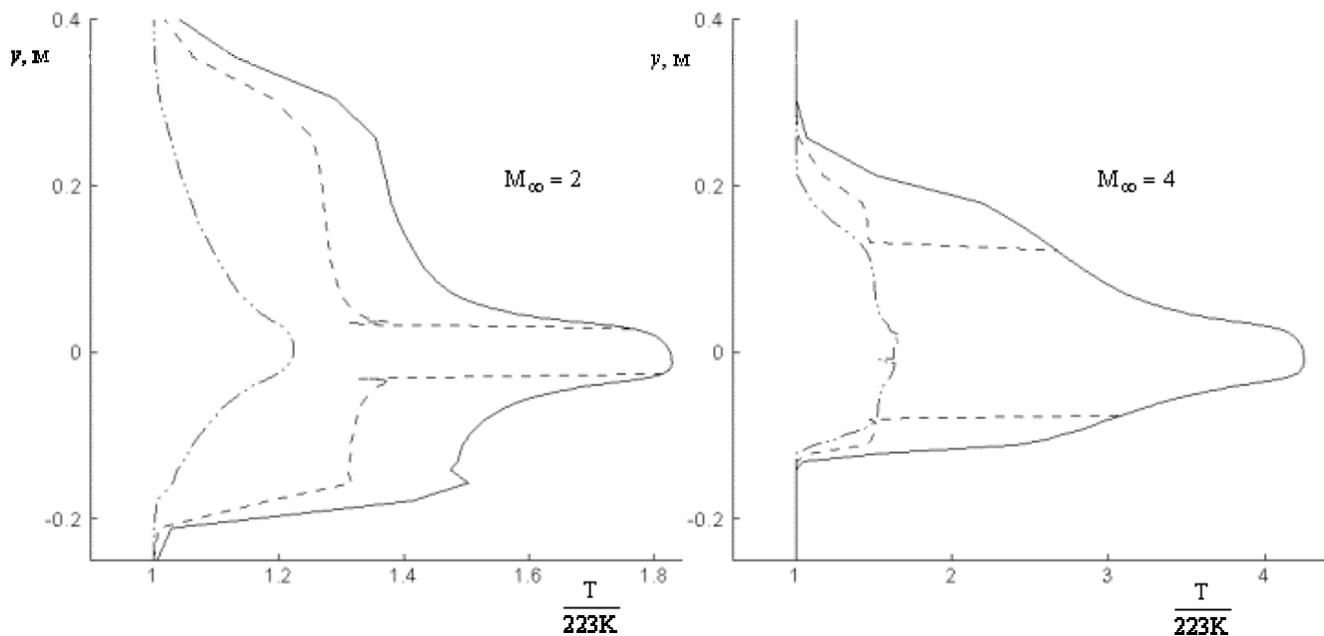


Рис 4. Зависимость температуры дисперсной фазы и газа от вертикальной координаты в носовой части пластины.

----- фракция с радиусом “на бесконечности” 1мкм, - · - · - · - 10мкм, ——— несущий газ.