

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В МОДИФИЦИРОВАННОЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ СТЕФАНА*

Слепцов С.Д.¹, Рубцов Н.А.¹¹*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск*

Проведено численное моделирование модифицированной постановки классической задачи Стефана в полупрозрачных серых средах при разных оптических свойствах границ. Дается термодинамическое обоснование для осуществления фазового перехода в равновесных условиях с учетом проницаемости границ для излучения. Получены поля температур, поле результирующего радиационного потока излучения, динамика раздела фаз и эволюция роста температуры левой границы образца. Показано, что модифицированная классическая постановка позволяет получать стабильные результаты в широком диапазоне оптических параметров поверхностей.

ВВЕДЕНИЕ

Однофазная задача Стефана является частным случаем двухфазной задачи Стефана, в которой температура одной из фаз тождественно равна постоянной температуре фазового перехода [1]. Очевидно, что в рамках подобного, классического, решения условие Стефана на границе фаз со стороны фазы с постоянной температурой содержит тепловой поток нулевого значения. В реальности, по обе стороны границы фаз существует перенос тепловой энергии, и физические модели однофазной задачи Стефана не удовлетворяют указанным условиям. Здесь можно отметить наиболее характерные работы [2, 3], в которых численно моделируются процессы нагрева и оплавления однородных полупрозрачных пластин за счет одностороннего внешнего радиационно-конвективного (кондуктивного) подвода тепловой энергии.

В работе [2] границы пластины предполагаются абсолютно черными, а условие Стефана, в явной форме, не учитывает перепада тепловых потоков на границе фаз. При этом, по условиям задачи, результирующий (радиационно-кондуктивный) тепловой поток на внешней границе, со стороны расплава, предполагается заданным.

В работе [3] границы пластины в стадии нагрева предполагаются не поглощающими, частично отражающими, пропускающими. Условие Стефана, в явном виде, учитывает перепад результирующих тепловых потоков на границе фаз. При этом граница фазового перехода становится полупрозрачной с переменным значением коэффициента поглощения (излучения) и постоянным значением отражательной способности. Если в первом случае, в работе [2], затруднений в численной реализации задачи не наблюдалось, то во втором, в работе [3], отмечались ограничения при решении задачи в зависимости от значений поглощательной (излучательной) способностей границы фазового перехода.

В статье [4] использовалась классическое приближение задачи Стефана, основанная на работе [1]. Исходя из теории классической задачи Стефана на границе раздела фаз, в данной работе [4], предполагалось, что тепловая энергия, выделяемая на поверхности жидкой фазы фронта фазового превращения за счет излучения, компенсируется потоком тепловой энергии испаряющегося вещества. При решении задачи ограничения по степеням черноты поверхностей не отмечается, также не наблюдается перегревы в твердой, конденсированной фазе.

В данной работе предлагается дальнейшее развитие классического подхода к решению однофазной задачи Стефана.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-08-00154-а).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

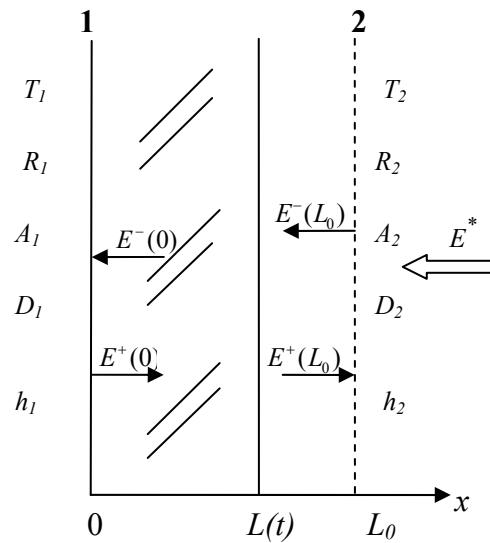


Рис. 1. Геометрическая схема задачи

Рассматривается нагрев и последующее плавление бесконечного плоскопараллельного образца из полупрозрачной серой среды с коэффициентом объемного поглощения излучения α и теплопроводностью λ (рис. 1). Границы плоского образца слева прозрачная ($A_1 = 0$) или абсолютно черная ($A_1 = 1$), а справа прозрачная ($A_2 = 0$), частично отражающая ($R_2 = \text{const}$) и пропускающая ($D_2 = 1 - R_2$) полусферическое излучение в процессе нагрева образца. Нагреваемая граница $i = 2$ при достижении температуры фазового перехода трансформируется в полупрозрачную, удовлетворяющую, по оптическим свойствам условию $A_i + R_i + D_i = 1$, $i = 2$ при переменных значениях A_2 . При этом предполагается справедливость закона Кирхгофа $A_2 = \varepsilon_2$, где ε_2 — степень черноты границы 2.

Решение задачи сводится к рассмотрению нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в процессе нагрева плоского образца излучением и конвекцией со стороны границы 2.

При достижении нагреваемой границей образца температуры плавления T_f начинается второй этап, на протяжении которого рассматривается задача Стефана.

Уравнение сохранения энергии, записываемое в общем случае, имеет вид:

$$c_{ps} \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = c_{ps} \rho_s \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} - E \right), \quad (1)$$

где c_{ps} , ρ_s , λ_s — теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности конденсированной среды пластины, $E = E(x, t)$ — плотность потока результирующего излучения в сечении x в момент времени t , определяемая из решения радиационной задачи методом средних потоков (см. ниже).

При $\partial x / \partial t = 0$ уравнение (1) используется для рассмотрения первого этапа решения задачи. Граничные условия уравнения (1), определяющего этап нагрева образца имеют вид:

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\delta} + h_1 (T - T_1) \Big|_{x-\delta} + |E_1| = 0, \quad x = 0, \quad (2)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\delta} - h_2 (T_2 - T) \Big|_{x+\delta} = 0, \quad x = L_0, \quad (3)$$

где h_i — коэффициент конвективного теплообмена границ $i = 1, 2$ с внешней средой с температурой T_i , а $|E_1|$:

$$|E_1| = A_1 \left[E^-(x+\delta) + \sigma_0 T_1^4 \right] - \varepsilon_1 (1+n^2) \sigma_0 T^4(x),$$

Где $E^-(x+\delta)$ — плотность потока излучения, падающего на границу $x=0$ со стороны среды пластины с показателем преломления излучения n .

При рассмотрении второго этапа решения задачи граничное условие (2) остается неизменным, а граничное условие (3) трансформируется в условие Стефана, при этом температура правой границы, по условию задачи, фиксируется:

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\delta} - \lambda_l \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\delta} - h_2 (T_l - T_2) - |E_2| = \rho_{sf} \gamma_f \frac{\partial L}{\partial t}, \quad T(x, t), \quad x = L(t), \quad (4)$$

где λ_l — коэффициент теплопроводности расплава, формирующегося на внешней поверхности фронта фазового перехода, h_2 — условное значение коэффициента конвективной теплоотдачи от пленки расплава при температуре $T_l = T_f$ в окружающую среду за счет испарения (абляции), γ_f — скрытая теплота фазового перехода.

В уравнении (4) использовано определение

$$|E_2| = A_2 \left[E^+(x-\delta) + E^*(x+\delta) \right] - \varepsilon_2 (1+n^2) E_b(T_f), \quad x = L(t), \quad (5)$$

где $E^+(x-\delta)$, $E^*(x+\delta)$ — плотность потоков излучения, соответственно, падающего на сечение x от среды пластины и внешнего источника, $E_b(T_f)$ — плотность потока равновесного излучения при температуре T_f , (температура фазового перехода первого рода).

Следуя классическому подходу решение однофазной задачи Стефана [1], полагаем суммарное значение результирующего потока на внешней поверхности, $x+\delta$, $x = L(t)$, тождественно равным нулю

$$q^\Sigma(x+\delta) = 0, \quad x = L(t), \quad (6)$$

$$q^\Sigma(x+\delta) = \lambda_l \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\delta} - E_{res,2}(x+\delta) - h_2 (T_l - T_2) \Big|_{x+\delta}. \quad (7)$$

В (7) $E_{res,2}(x+\delta)$ — плотность потока результирующего излучения на внешней стороне поверхности x , $x=L(t)$, значение которой, с учетом проницаемости границы x , определяется выражением:

$$-E_{res,2}(x+\delta) = (A_2 + D_2) E^*(x+\delta) - \varepsilon_2 \sigma_0 T_f^4 - D_2 E^+(x-\delta). \quad (8)$$

Принимая во внимание определение объемной плотности потока результирующего излучения [5].

$$|E_2| = E_{res,2}(x-\delta) - E_{res,2}(x+\delta), \quad (9)$$

а также учитывая (5), (7) и (8) окончательное выражение условия Стефана на правой границе пластины записывается в виде:

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x-\delta} - (A_2 + D_2) E^+(x-\delta) + D_2 E^*(x+\delta) + \varepsilon_2 n^2 \sigma_0 T_f^4 = \rho_{sf} \gamma_f \frac{\partial L}{\partial t},$$

$$T(x-\delta) = T_f, \quad T(x+\delta) = T_l, \quad T_l = T_f. \quad (10)$$

Система уравнений (1)–(3) для этапа нагрева дополняется начальным условием:

$$T(x, t) = T_1 = \text{const}, \quad t = 0, \quad (11)$$

а система уравнений (1), (2), (5) для задачи Стефана — начальным условием:

$$T(x, t) = f(x), \quad L(t) = L_0, \quad t = 0. \quad (12)$$

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Краевая задача (1), (2), (10), (12) и соответствующее решение радиационной задачи методом средних потоков представлена ниже в безразмерном виде. При этом используется переменная $\xi = x/L(t)$, позволяющая фиксировать координату фронта фазового перехода в границах $0 \leq \xi \leq 1$ [6].

Система уравнений (1), (2), (10), (12) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \xi \frac{\dot{s}}{s} \frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \xi} + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \theta(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{sN} \frac{\partial \Phi(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad (13)$$

$$-\frac{\partial \theta(0, \eta)}{\partial \xi} + sBi_1(\theta(0, \eta) - \theta_1) - \frac{A_1 s}{N} \left(\Phi^- + \frac{\theta_1^4}{4} - \frac{1+n^2}{4} \theta^4(0, \eta) \right) = 0, \quad \theta(1, \eta) = 1, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta(1, \eta)}{\partial \xi} - \frac{s}{N} \left[(A_2 + D_2) \Phi^+(1, \eta) - D_2 \Phi^* + \varepsilon_2 n^2 \frac{\theta^4(1, \eta)}{4} \right] = \frac{s\dot{s}}{St}, \quad (15)$$

$$\theta(\xi, 0) = f(\xi), \quad s(0) = 1, \quad (16)$$

здесь $\theta = T/T_r$, $\xi = x/L(t)$, $s(\eta) = L(t)/L_0$, $\eta = \lambda_s t / (\rho_s c_{ps} L_0^2)$, $N = \lambda_s / (4\sigma_0 T_r^3 L_0)$ — радиационно-кондуктивный параметр, $\Phi^\pm(\xi, \eta) = E^\pm(x, t) / (4\sigma_0 T_r^4)$ — безразмерная плотность потока излучения, $\Phi^* = E^* / (4\sigma_0 T_r^4)$ — безразмерная плотность потока излучения, падающего на пластину с правой стороны, $Bi_1 = h_1 L_0 / \lambda_s$ — число Био, $\dot{s} = ds/d\eta$ — скорость распространения фронта плавления, $St = T_r c_{ps} / \gamma_f$ — число Стефана, $T_r = T_f$ — определяющая температура, равная температуре фазового перехода, σ_0 — постоянная Стефана–Больцмана.

Краевая задача, описывающая этап нагрева пластины вытекает из приведенной выше при условиях: в уравнении (13) полагаем $\dot{s} = 0$, а при $\xi = x/L_0$ уравнение (3) примет вид: $\partial \theta(1, \eta) / \partial \xi - Bi_2(\theta_2 - \theta(1, \eta)) = 0$; начальное условие (16) имеет вид: $\theta(\xi, 0) = \theta_1$, $s(0) = 1$.

Входящие в уравнение (13) безразмерная плотность потока результирующего излучения $\Phi \equiv \Phi^+ - \Phi^-$ и значения Φ^\pm определяются из решения уравнения переноса излучения в плоском слое излучающей и поглощающей среды с известным распределением температур по слою. При этом используется модифицированный метод средних потоков [7], сводящий уравнение переноса излучения к системе двух нелинейных дифференциальных уравнений излучения для плоского слоя среды.

Дифференциальный аналог уравнения для полусферических потоков Φ^\pm записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left(\Phi^+(\tau, \eta) - \Phi^-(\tau, \eta) \right) + \left(m^+(\tau) \Phi^+(\tau, \eta) - m^-(\tau) \Phi^-(\tau, \eta) \right) &= n^2 \Phi_0, \\ \frac{d}{d\tau} \left(m^+(\tau) l^+(\tau) \Phi^+(\tau, \eta) - m^-(\tau) l^-(\tau) \Phi^-(\tau, \eta) \right) + \left(\Phi^+(\tau, \eta) - \Phi^-(\tau, \eta) \right) &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где Φ_0 — безразмерное значение плотности потока равновесного излучения, m^\pm , l^\pm — кинетические коэффициенты, определяемые из рекуррентного соотношения, полученного с помощью формального решения уравнения переноса излучения [7].

Граничные условия для системы уравнений (17) учитывают диффузный характер процессов отражения, пропускания и частичного поглощения (излучения) границ и записываются следующим образом [3]:

$$\begin{aligned}\Phi^+(0, \eta) &= A_1 n^2 \frac{\theta^4(0, \eta)}{4} + D_1 \frac{\theta_1^4}{4} + \left(1 - \frac{1 - R_1}{n^2}\right) \Phi^-(0, \eta), \\ \Phi^-(1, \eta) &= \varepsilon_2 n^2 \frac{\theta^4(1, \eta)}{4} + D_2 \Phi^* + \left(1 - \frac{1 - R_2}{n^2} - A_2 \frac{1 + n^2}{n^2}\right) \Phi^+(1, \eta),\end{aligned}\tag{18}$$

где $A_2 = \varepsilon_2 = 0$, если решается первый этап задачи, связанный с нагревом образца. В уравнениях (17), (18) используются определения

$$\Phi^\pm(\tau, \eta) = \frac{2\pi \int_0^{1(0)} I(\tau, \mu) \mu d\mu}{4\sigma_0 T_r^4},$$

где I — интенсивность излучения, μ — косинус угла между направлением распространения излучения и осью x , $\tau = \alpha L(t)$ — оптическая толщина слоя в момент времени t .

Решение краевой задачи сводится к определению температуры $\theta(\xi, \eta)$ и плотностей потоков результирующего излучения $\Phi(\xi, \eta)$ в области $G\{0 \leq \xi \leq 1, 0; 0 \leq \eta \leq \eta_1\}$, представляющей собой слой конденсированной фазы. Положение фронта фазового перехода $s(\eta)$ меняется от 1 до 0. Краевая задача решается конечно-разностным методом, нелинейная система неявных разностных уравнений — методом прогонки и итераций. При решении радиационной задачи используется итерации, на каждом шаге которых краевая задача (17) – (18) решается методом матричной факторизации. Быстрая сходимость решения позволяет получить результаты с высокой степенью точности.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЯ

Численное моделирование связано с определением полей температур и плотностей потоков излучения, а также динамики толщины слоя серой полупрозрачной среды в зависимости от поглотительной способности фронта плавления. Теплофизические свойства материала образца близки к свойствам стекла: плотность $\rho_s = 2000$ кг/м³, коэффициент теплопроводности $\lambda_s = 1$ Вт/(м·К), температуропроводность $a_s = 10^{-6}$ м²/с, температура плавления $T_f = 1000$ К, скрытая теплота фазового перехода $\gamma_f = 500$ кДж/кг, показатель преломления $n = 1,5$, коэффициент объемного поглощения излучения в материале образца $\alpha = 10$ м⁻¹. Начальная толщина образца $L_0 = 0,1$ м и начальная оптическая толщина $\tau_0 = \alpha L_0 = 1$ отражают оптимальный характер объемного взаимодействия излучения с материалом образца. Падающий поток излучения $E^* = 200$ кВт/м², температура среды, окружающей левую границу $T_1 = 300$ К, температура газа, окружающего правую сторону образца, со стороны источника излучения $T_2 = 900$ К (меньше T_f).

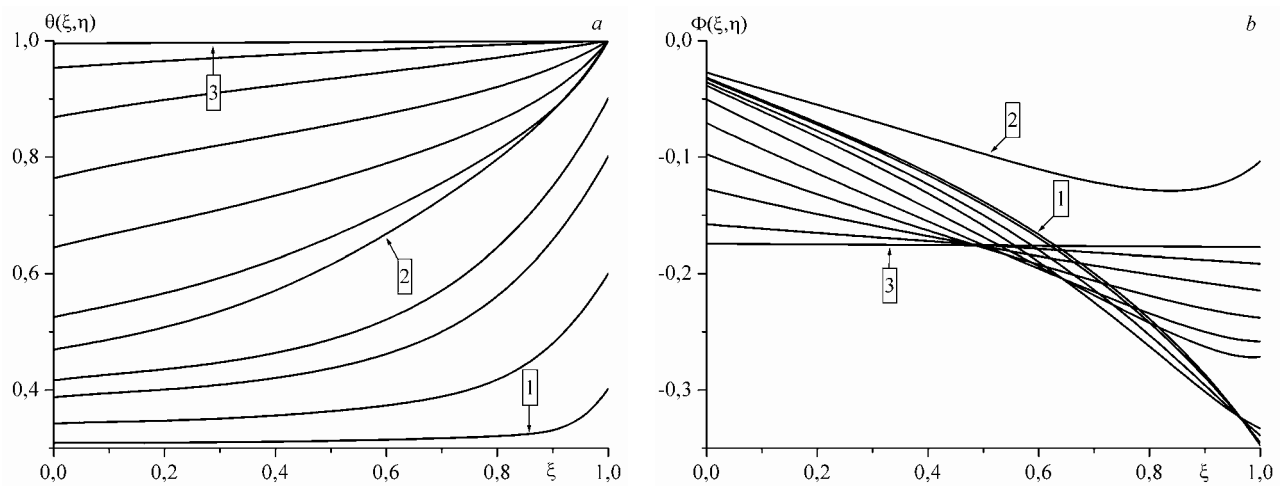


Рис. 2. Температурное поле и поле результирующего радиационного потока излучения со степенью черноты правой границы $\varepsilon_2=0,1$ и коэффициентом теплоотдачи $h_1=10$ Вт/(м²·К) (1 – начало теплообмена, 2, 3 – начало и конец фазового перехода)

Коэффициент теплоотдачи на левой границе $h_1 = 1$ или 10 Вт/(м²·К). Правая граница поддерживается при температуре плавления с нулевым значением внешнего, по отношению к границе, результирующего, радиационно-кондуктивного потока тепловой энергии (условие классического решения однофазной задачи Стефана). Коэффициенты отражения поверхностей обеих границ $R_{1,2} = 0,1$. При моделировании процессов радиационно-кондуктивного теплообмена полагаем излучательные (поглощательные) способности границ $\varepsilon_{1,2} = A_{1,2} = 0$. При переходе на задачу Стефана изменению подлежат излучательная (поглощательная) способность только правой поверхности, облучаемой и претерпевающей фазовый переход границы в пределах $\varepsilon_2 = A_2 = [0,1 \div 0,8]$.

Предполагается, что это позволяет смоделировать ситуацию, при которой поверхностные слои материала, претерпевающего фазовые переходы 1-го рода, гипотетически меняют свои оптические свойства.

На рисунках 2 – 3 представлены кинетика полей температур и радиационных потоков в слое с прозрачными границами при ее радиационно-конвективном нагреве, а также – с прозрачной левой и частично поглощающей, пропускающей и отражающей правой границей, претерпевающей фазовый переход первого рода.

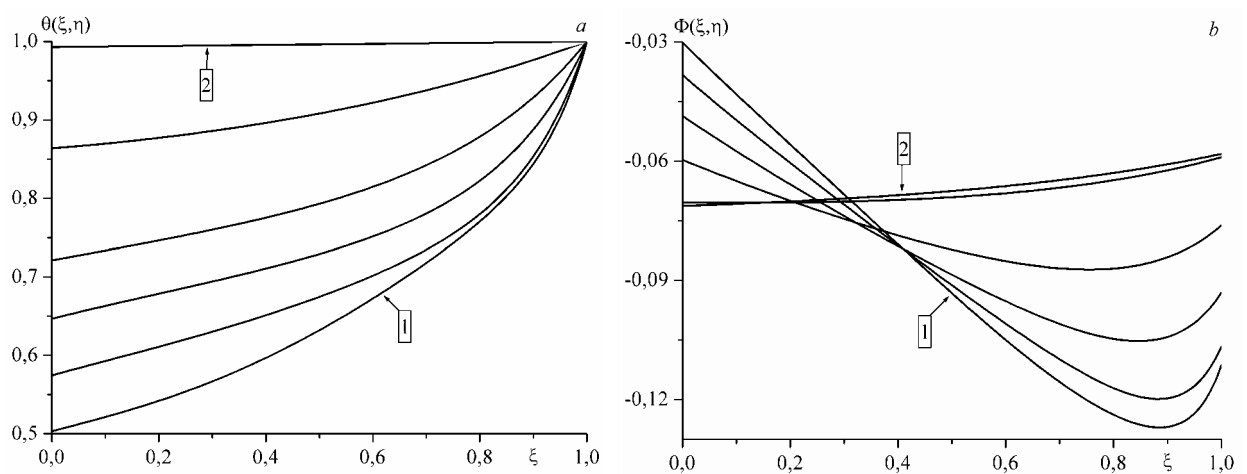


Рис. 3. Температурное поле и поле результирующего радиационного потока излучения со степенью черноты правой границы $\varepsilon_2=0,5$ и коэффициентом теплоотдачи $h_1=10$ Вт/(м²·К) (1 – начало и 2 – конец фазового перехода)

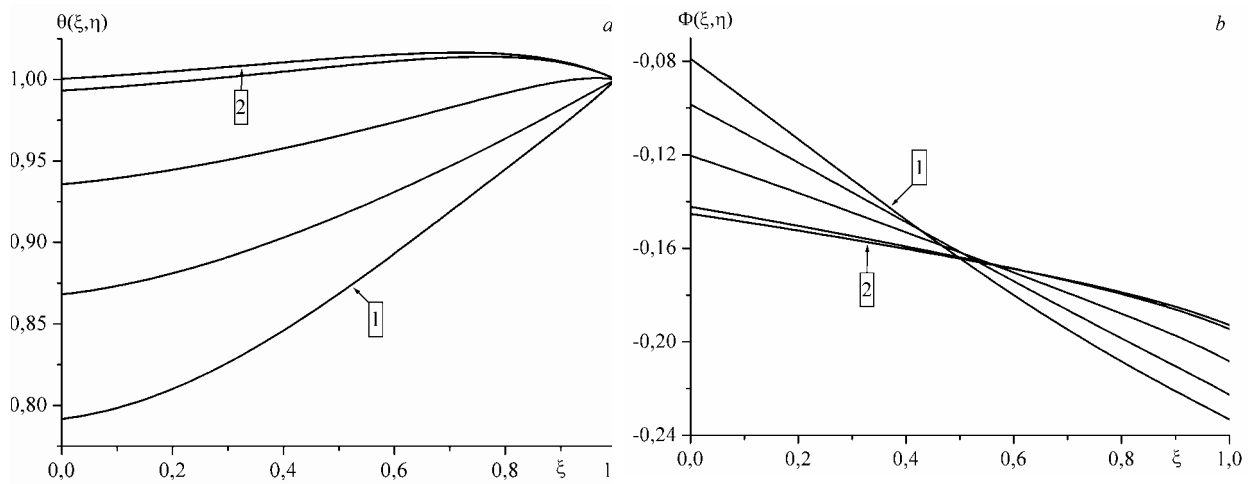


Рис. 4. Температурное поле и поле результирующего радиационного потока излучения со степенью черноты правой границы $\varepsilon_2=0,1$ и коэффициентом теплоотдачи $h_1=1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$ (1 – начало и 2 – конец фазового перехода)

Обращает на себя внимание монотонный характер температурных линий $\theta(\xi, \eta)$ (без перегревов) с экстремумами полей радиационных потоков $\Phi(\xi, \eta)$ в случае поглощательной способности правой границы $\varepsilon_2 > 0,1$ (рис. 3, b), размещаемых вблизи этой границы. При этом, в области больших значений ε_2 экстремум распространяется вглубь слоя.

Важную роль играет конвективная составляющая теплоотдачи на левой границе.

На рис. 4 представлен результат расчетов для случая, когда коэффициент конвективной теплоотдачи от левой границы снижается на порядок ($h_1=1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$) по сравнению с предыдущими случаями (Рис. 2, 3). При малых значениях поглощательной способности правой границы ($\varepsilon_2=0,1$) отмечается перегрев среды в слое, достижение левой границей температуры фазового перехода (рис. 4, a) и отсутствие экстремумов в значениях радиационных потоков (рис. 4, b). Это обстоятельство связано с высоким значением пропускательной способности правой границы ($D_2=0,8$), и перегревом слоя внешним источником излучения в условиях слабой конвективной теплоотдачи левой границей пластины.

На рис. 5 – 6 представлен анализ процесса нагрева левой границы слоя и динамики положения фронта фазового перехода для различных значений степени черноты правой границы ε_2 и коэффициента конвективной теплоотдачи h_1 .

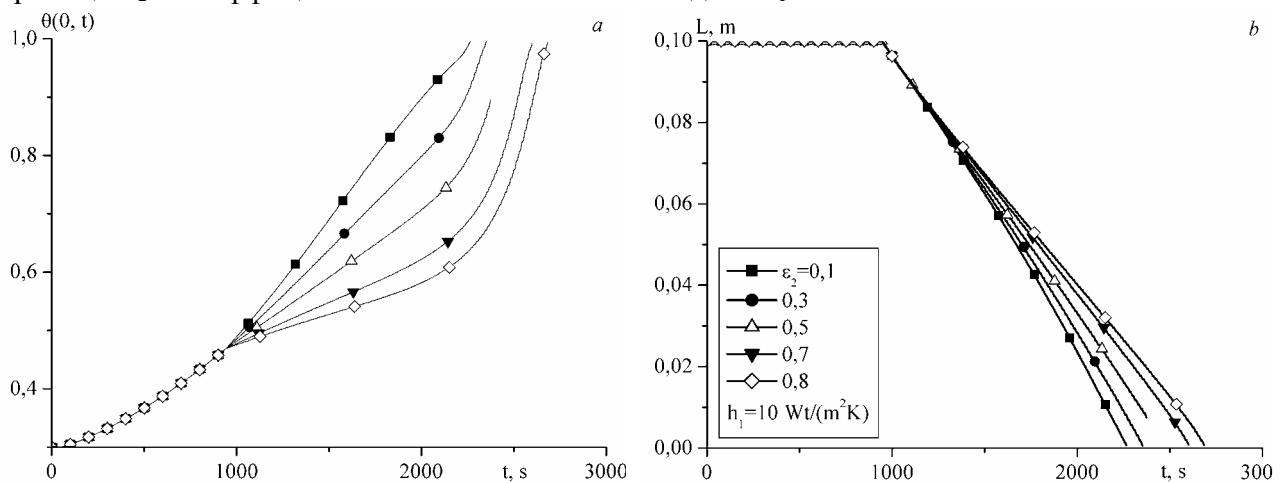


Рис. 5. Эволюция роста температуры левой границы (a) и динамика фронта раздела фаз (b) при разных значениях степеней черноты правой границы ε_2 и коэффициентом теплоотдачи $h_1=10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$

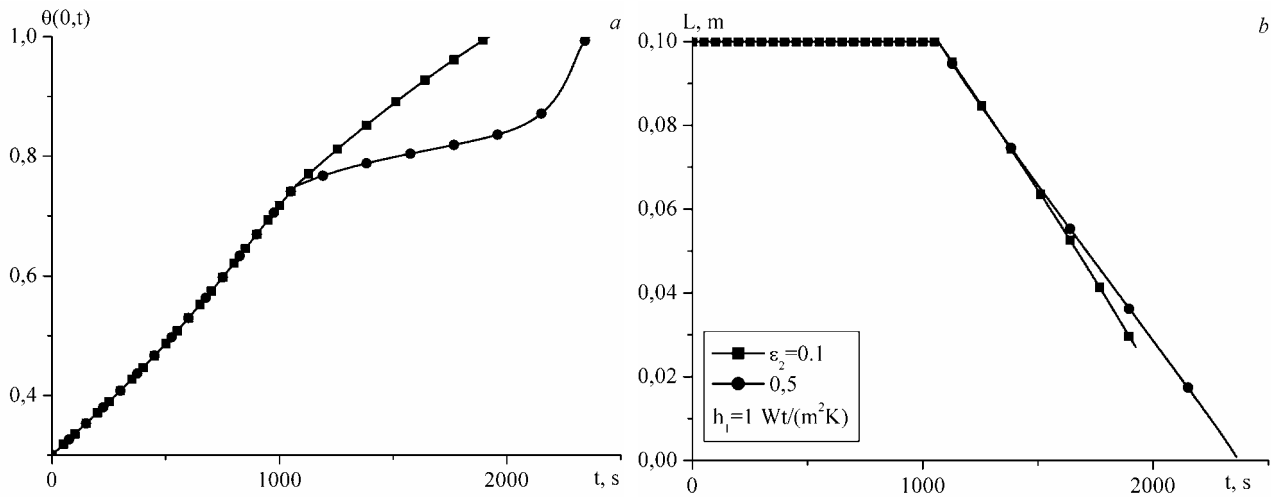


Рис. 6. Эволюция роста температуры левой границы (a) и динамика фронта раздела фаз (b) при разных значениях степеней черноты правой границы ϵ_2 и коэффициентом теплоотдачи $h_1=1 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$

Следует отметить, что на нагрев образца при $h_1=10 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$ (рис. 5) уходит меньше времени ($t \leq 1000$ с), чем при меньшей теплоотдаче при $h_1=1 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$ (рис. 6) ($t \geq 1000$ с). Влияние конвекции сказывается на характере роста температуры левой границы: при высокой теплоотдаче (рис. 5, а) рост температуры замедленный и фазовый переход начинается при меньшем значении $\theta(0,t)$, чем при низкой теплоотдаче (рис. 6, а). При $h_1=1 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$ температура левой границы $\theta(0,t)$ достигает температуры плавления и задача останавливается (рис. 6, а). Отмечается слабая зависимость фронта раздела фаз от степени черноты правой границы ϵ_2 (рис. 5, b и рис. 6, b).

При наличии левой черной границы $\epsilon_1=A_1=1$, для стабилизации процесса теплообмена в среде пластины, коэффициент теплоотдачи на левой поверхности полагаем равным $h_1 = 200 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$. Коэффициент отражения правой границы $R_2=0,1$. При моделировании первого этапа задачи излучательную (поглощательную) способность правой границы полагаем $\epsilon_2=A_2=0$. При переходе на задачу Стефана излучательная (поглощательная) способность правой поверхности, облучаемой и претерпевающей фазовый переход, меняется в пределах $\epsilon_2 = A_2 = [0.1 \div 0,5]$.

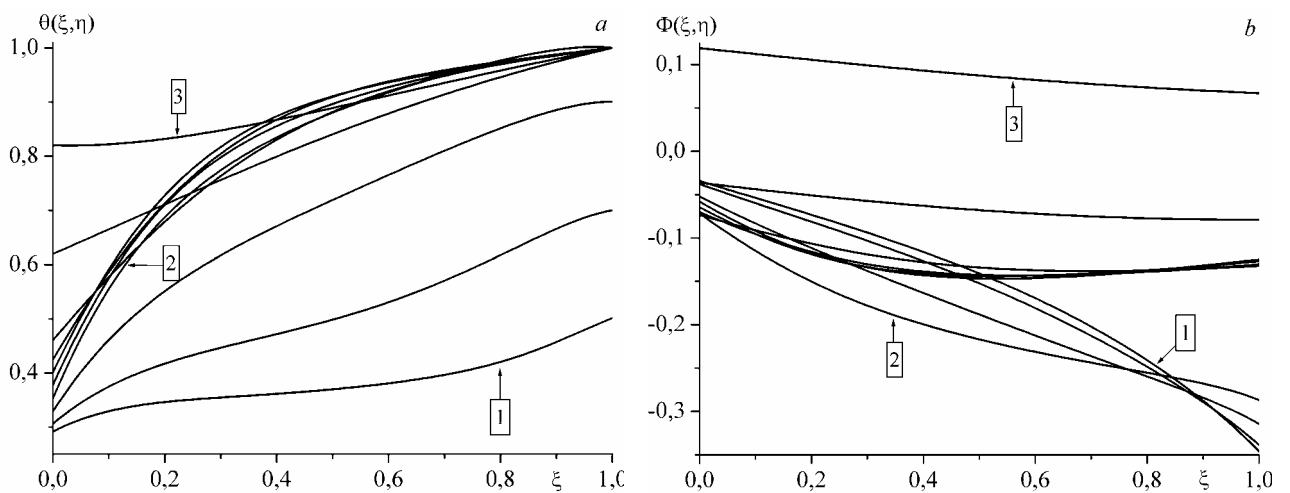


Рис. 7. Температурное поле и поле плотности потоков результирующего радиационного потока в стадии нагрева и последующего фазового перехода. Степень черноты правой границы $\epsilon_2=0,3$. (1 – начало теплообмена, 2 – начало и 3 – конец фазового перехода)

Кинетика температурных полей в стадии нагрева пластины представлена на рис. 7 а, где приведены результаты расчетов нагрева пластины с черной левой границей и прозрачной правой, а также фазового перехода при изменении степени черноты этой границы до значения $\varepsilon_2 = 0.3$.

Отмечается существенная неравномерность температурного распределения в слое конденсированной фазы, вызванная высоким значением потока излучения, проникающего в слой существенная пропускательная способность правой границы ($D_2 = 1 - \varepsilon_2 - R_2 = 0.6$) и интенсивным конвективным теплоотводом со стороны левой границы слоя. У границы фронта раздела фаз в образце отмечается перегрев твердой фазы.

Результирующие потоки излучения (рис. 7, б) имеют общую тенденцию к распределению от минусовых значений, характеризующих объемное излучение до плюсовых, характеризующих объемное поглощение в процессе фазового перехода при соответствующей трансформации температурных полей.

Своеобразным индикатором процесса нагрева и фазового перехода пластины оказывается динамика температуры левой неподвижной абсолютно черной и конвективно охлаждаемой внешней средой границы, а также динамика перемещения фронта фазового перехода (рис. 8). Процесс нагрева пластины характеризуется линейным во времени ростом температуры левой границы. Однако с момента начала фазового перехода даже незначительное увеличение степени черноты фронта ($\varepsilon_2 = 0.1$) приводит к резкому, нелинейному во времени, росту температуры левой границы (рис. 8, а).

Анализ динамики сокращения размера пластины в процессе фазового перехода (рис. 8, б) свидетельствует о преобладании во времени процессов нагрева (горизонтальный участок на рис. 8, б) над периодом полного оплавления пластины если $\varepsilon_2 \leq 0.5$. При этом, с ростом значений ε_2 отмечается замедление процессов фазового перехода.

Представленные результаты расчетов качественно согласуются с результатами, представленными в [2], применительно к случаю абсолютно черных границ полупрозрачного слоя по общему времени фазового перехода. При этом время процесса оказывается на порядок меньше, значений, полученных в [3], где рассматривается неравновесные условия теплообмена на внешней стороне фронта фазового перехода.

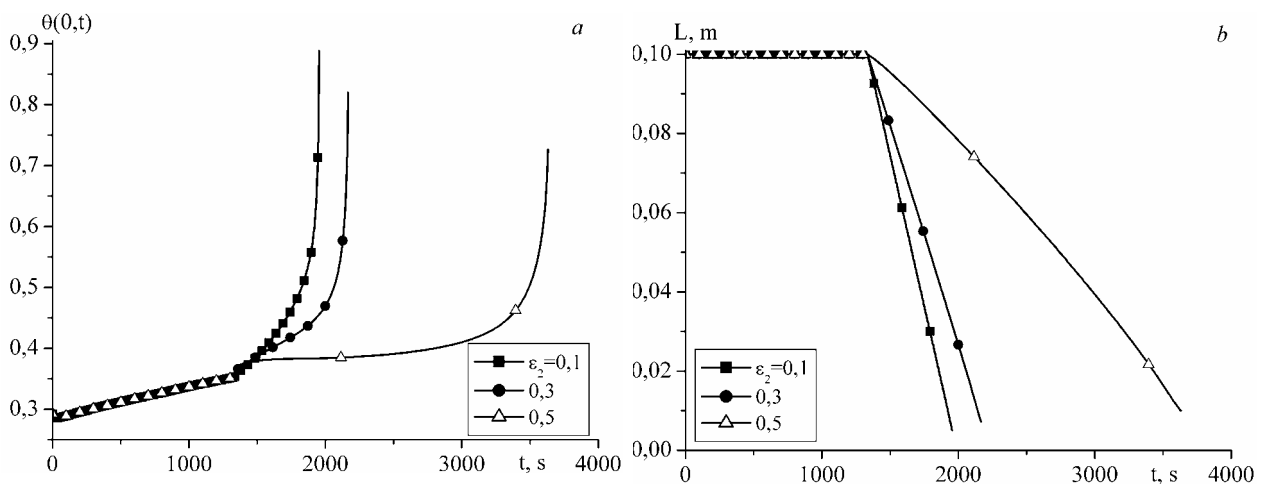


Рис. 8. Рост температуры левой черной границы со временем и динамика фронта фазового перехода при разных степенях черноты правой границы ε_2

ВЫВОДЫ

Показано применение классического решения однофазной задачи Стефана, использующего равновесное значение суммарного потока на внешней поверхности пластины, испытывающей фазовый переход.

Рассматриваемая излучающая система, будучи «открытой», по отношению к теплообмену, весьма чувствительна к граничным, радиационно-конвективным условиям.

Температурные поля в процессе нагрева и фазового перехода остаются монотонными в широком интервале определяющих параметров (ε_2 , h_1). Однако в случае высокой пропускательной способности правой, облучаемой границы ($D_2 \geq 0.8$) и слабой конвективной теплоотдачи ($h_1 \leq 1.0$ Вт/(м²К)) отмечаются нарушения монотонности и перегревы слоя при фазовом переходе.

Наличие левой черной границы $\varepsilon_1=A_1=1$ вынуждает применить более высокий коэффициент теплоотдачи, для стабилизации процесса теплообмена в среде пластины ($h_1=200$ Вт/(м²К)), что приводит к существенному неравномерному прогреву образца и перегреву среды около границы фазового перехода при малых значениях степени черноты ($\varepsilon_2 \leq 0.3$).

Отмечается согласование расчетов общего времени нагрева и полного оплавления полупрозрачного слоя с произвольными оптическими свойствами границ с аналогичными расчетами [2], где полупрозрачный слой находится между абсолютно черными границами. Это дает основание считать допущение о равновесном характере фазового перехода определяющим условием классического решения задачи Стефана, позволяющего получать в квазиравновесных условиях оптимально наименьшее время процесса фазового перехода в полупрозрачном материале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мейрманов А.М. Задача Стефана. Новосибирск: Наука, 1986. 240 с.
2. Le Dez V., et al. Problem de Stefan direct dans un milieu semitransparent gris // J. Phys. III France. 1996. Vol. 6. P. 373–390
3. Рубцов Н.А., Слепцов С.Д. Радиационно-кондуктивный теплообмен в полупрозрачной среде с фазовым переходом на границах разной поглотительной способности // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 2. С. 237–245.
4. Рубцов Н.А., Слепцов С.Д. Моделирование радиационно-кондуктивного теплообмена в слое полупрозрачной среды в приближении классического решения однофазной задачи Стефана // Теплофизика и Аэромеханика. 2011. Т. 18, №3. С.
5. Рубцов Н.А. К решению однофазной задачи Стефана в слое полупрозрачного материала // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 3. С. 471–482.
6. Landau H.G. Heat conduction in a melting solid // Quart. Appl. Math. 1950. Vol. 8. P. 81–94.
7. Рубцов Н.А., Тимофеев А.М., Саввинова Н.А. Комбинированный теплообмен в полупрозрачных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. 197 с.