

## ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ ВОЛНОВОМ ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ КОНДЕНСАТА

С. П. Актершев

*Институт теплофизики имени С.С. Кутателадзе, СО РАН, г. Новосибирск, Россия*

Интенсивное изучение свободно стекающих тонких пленок жидкости связано с их широким использованием в технике. В большинстве практически важных случаях течение пленки неустойчиво и на поверхности жидкости развиваются волны. Известно, что даже при ламинарном течении наличие волн на поверхности пленки существенно интенсифицирует теплообмен. Так, например, в экспериментах [1] показано, что за счет волн на поверхности пленки конденсата коэффициент теплообмена может возрасти на 80%. Проблемы гидродинамики и теплообмена при волновом течении тонких пленок достаточно сложны, и остаются мало изученными как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. В данной работе численными методами исследуется влияние волн на теплообмен в пленке конденсата, стекающей по изотермической подложке. Для описания волнового течения пленки используется интегральная модель [2], в которой предполагается параболический профиль скорости жидкости. В [3] эта модель использовалась для описания теплообмена в ламинарно-волновой пленке. Основная задача данного исследования – выявить влияние параметров волнового течения на интенсификацию теплообмена при наличии фазового превращения.

Рассмотрим ламинарное течение пленки конденсата на изотермической пластине, температура которой равна  $\tilde{T}_w$ . Поверхность жидкости контактирует с неподвижным насыщенным паром, температура которого равна  $\tilde{T}_s$ . Плотность  $\rho$ , кинематическую вязкость  $\nu$ , теплопроводность  $\lambda$  жидкости считаем постоянными. Введем декартову систему координат  $Oxy$  так, что ось  $Ox$  направлена вниз вдоль пластины, а ось  $Oy$  перпендикулярна пластине. В рамках интегральной модели профиль скорости жидкости в пленке является параболическим, но уже не является автомодельным, а имеет вид [4]:

$$u/u_s = (2 + \varepsilon)\eta - (1 + \varepsilon)\eta^2, \text{ где } \eta = y/h.$$

Здесь  $u_s$  – скорость на поверхности пленки,  $h(x,t)$  – толщина пленки,  $\varepsilon = \varepsilon_K \partial T / \partial \eta|_{\eta=1}$ ,  $T = (\tilde{T} - \tilde{T}_w) / \Delta \tilde{T}$  – безразмерная температура жидкости,  $\varepsilon_K = c_p \Delta \tilde{T} / (L \cdot \text{Pr})$  – критерий, характеризующий интенсивность конденсации. Отметим, что в большинстве случаев  $\varepsilon_K \ll 1$ .

В безразмерных переменных  $x/l$ ,  $y/h_m$  течение пленки конденсата описывается уравнениями относительно толщины пленки  $h(x,t)$  и расхода  $q(x,t) = \int_0^h u dy$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{6K_0 q^2}{5h} \right) &= \frac{3h}{\chi \text{Re}_m} \left( \sin \theta - \chi \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{K_1 q}{h^3} + \chi^2 \text{We} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \right) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= \frac{\varepsilon_K}{\chi \text{Re}_m} \cdot \frac{\partial T}{h \partial \eta} \Big|_{\eta=1} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь в качестве линейного масштаба по оси  $Oy$  используется толщина пленки  $h_m$  «на входе» конденсатора, (т.е. при  $x = 0$ ); линейный масштаб  $l$  по оси  $Ox$  выбран равным  $10^{-2}$  м;  $\chi = h_m / l$  – отношение масштабов;  $\theta$  – угол наклона пластины к горизонту,  $Re_m = gh_m^3 / 3\nu^2$ ,  $We = (3Fi / Re_m^5)^{1/3}$  – число Вебера;  $Fi$  – число Капицы. Коэффициенты  $K_0 = 1 - \varepsilon / (\varepsilon + 4)^4$  и  $K_1 = 1 + \varepsilon / (\varepsilon + 4)$  учитывают влияние конденсации на профиль скорости в пленке. Для большинства жидкостей при умеренной интенсивности конденсации  $\varepsilon_K \leq 10^{-2}$  коэффициенты  $K_0, K_1$  близки к единице.

Теплоперенос в пленке описывается уравнением энергии, которое удобнее записать в переменных  $(t, x, \eta)$ . В принятом погранслоином приближении оно имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{W}{h} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{Pr \cdot \chi Re_m} \cdot \frac{\partial^2 T}{h^2 \partial \eta^2}. \quad (2)$$

$$\text{Здесь } W = (\eta - 3\eta^2/2 + \eta^3/2) \frac{\partial q}{\partial x} - 1.5(\eta^2 - \eta^3) \frac{\partial(q\varepsilon/(4 + \varepsilon))}{\partial x} - \eta \frac{\varepsilon_K}{\chi Re_m} \frac{\partial T}{h \partial \eta} \Big|_{\eta=1}. \quad (3)$$

Граничные условия для уравнения энергии будут  $T|_{\eta=1} = 1$ ,  $T|_{\eta=0} = 0$ .

### Стационарное течение пленки конденсата

Для стационарного (безволнового) течения пленки конденсата поверхностным натяжением можно пренебречь. В этом случае для вертикальной пленки уравнения (1) примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \frac{6K_0 q^2}{5h} \right) &= \frac{3h}{\chi Re_m} \left( 1 - \frac{K_1 q}{h^3} \right) \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\varepsilon_K}{\chi Re_m} \cdot \frac{\partial T}{h \partial \eta} \Big|_{\eta=1} \end{aligned} \quad (4)$$

Если принять линейный профиль температуры ( $T = \eta$ ), то решением уравнений (4) будет [4]

$$\begin{aligned} h &= \left( 1 + \frac{4\varepsilon_K (K_1 + 2K_0 \varepsilon_K / 3) x}{3\chi Re_m} \right)^{1/4} \\ q &= \frac{h^3}{K_1 + 2K_0 \varepsilon_K / 3} \end{aligned} \quad (5)$$

В отличие от классического решения Нуссельта, формулы (5) учитывают инерционные члены в уравнении импульса. Используя (4), учтем влияние поперечной скорости, обусловленной конденсацией, на профиль температуры в пленке. Подставляя второе уравнение (4) в (3), получаем величину  $W$  в виде

$$W = \frac{\varepsilon_K}{2\chi Re_m} (\eta^3 - 3\eta^2) \frac{\partial T}{h \partial \eta} \Big|_{\eta=1}. \quad (6)$$

В (3) отброшено второе слагаемое, квадратичное по малому параметру  $\varepsilon_K$ . Подставляя (6) в (2), запишем уравнение энергии в виде

$$\frac{\varepsilon_K Pr F}{2} (\eta^3 - 3\eta^2) \cdot \frac{dT}{d\eta} = \frac{d^2 T}{d\eta^2}, \quad \text{где } F = \partial T / \partial \eta \Big|_{\eta=1}. \quad (7)$$

Решая это уравнение, получаем автомодельный профиль температуры  $T(\eta)$  в пленке:

$$T = F \int_0^{\eta} \exp\left(\frac{\varepsilon_K \text{Pr} F}{8} (3 + \eta^4 - 4\eta^3)\right) \cdot d\eta. \quad (8)$$

Поскольку  $\varepsilon_K \ll 1$ , экспоненту в интеграле (8) можно разложить в ряд и ограничиться первым членом ряда. В результате получаем профиль температуры

$$T(\eta) \approx \frac{\eta + \varepsilon_K \text{Pr} (3\eta - \eta^4 + \eta^5 / 5)}{1 + 11\varepsilon_K \text{Pr} / 40}$$

и градиент температуры на стенке

$$\frac{dT}{d\eta}\Big|_{\eta=1} \approx 1 - \frac{11\varepsilon_K \text{Pr}}{40}. \quad (9)$$

Как видно из (9), учет поперечной скорости дает малую поправку для профиля температуры и градиента температуры на стенке.

### Ламинарно-волновое течение пленки конденсата

Волновые режимы течения ламинарной пленки конденсата получены численным решением уравнений (1)-(2) конечноразностным методом. Для этого на участке счета  $0 < x < X_{end}$  задавались начальные распределения  $h(x)$ ,  $q(x)$  из стационарного течения (5). Волны генерировались малой пульсацией расхода на входе участка счета:

$$q(0, t) = q_0 + q_a \sin \omega t$$

Здесь  $q_0$  – невозмущенное значение расхода,  $q_a$  – малая амплитуда,  $\omega$  – частота пульсаций расхода. В процессе счета волны, генерируемые пульсацией расхода, распространяются вниз по потоку. В том случае, если частота волны принадлежит области неустойчивости, амплитуда волны возрастает, в противном случае волна затухает. Для теплового потока в подложку имеем  $Q_w = \alpha \cdot \Delta \tilde{T}$ , где  $\alpha(x, t) = \lambda \partial T / h \partial \eta|_{\eta=1}$  – локальный коэффициент теплоотдачи. Теплообмен между конденсатом и подложкой описывается числом Нуссельта  $\text{Nu} = \alpha l_v / \lambda$ , где  $l_v = (3\nu^2 / g)^{1/3}$  – вязкостный масштаб длины.

На рис.1, 2 показаны распределения толщины пленки  $h(x)$  и усредненного по времени числа Нуссельта  $\text{Nu}(x)$  при волновом течении конденсата водяного пара ( $\text{Pr}=1,75$ ).

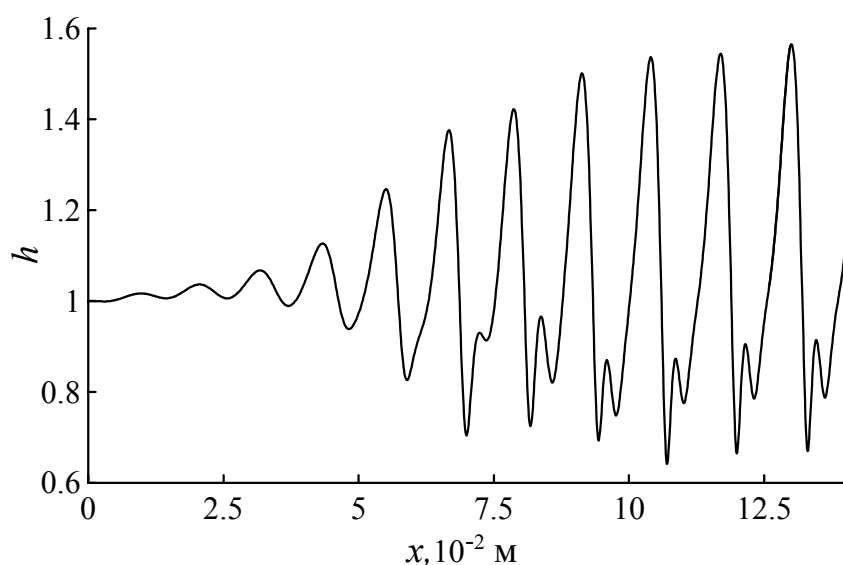


Рис. 1. Зависимость толщины пленки  $h(x)$  для волн частотой  $\omega/2\pi = 17,45$  Гц при  $Re_m = 10$ ,  $\varepsilon_k = 0,005$ .

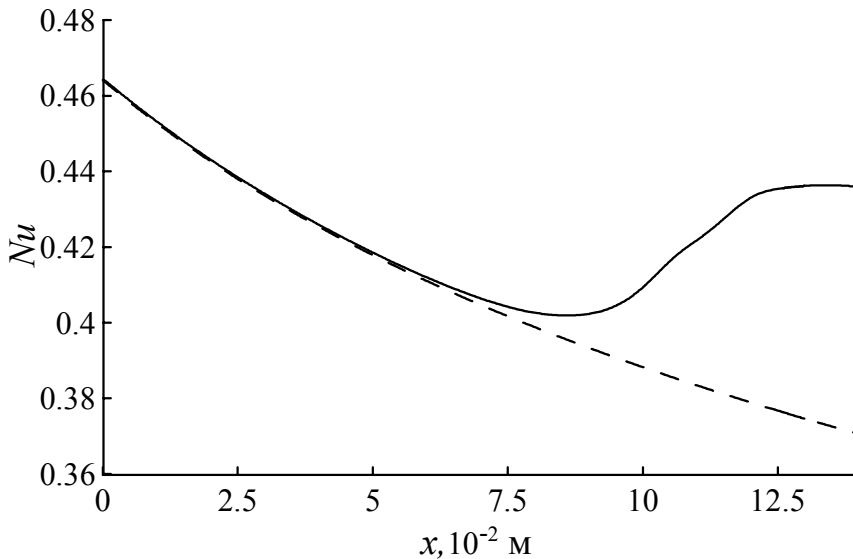


Рис. 2. Зависимость усредненного по времени числа Нуссельта  $Nu(x)$  при  $Re_m = 10$ ,  $\varepsilon_k = 0,005$ . Сплошная линия – для волн частотой  $\omega/2\pi = 17,45$  Гц, штриховая линия – для гладкой пленки.

Как видно из рис.1, возмущения поверхности пленки быстро растут в направлении течения и эволюционируют в квазистационарные волны. В зоне квазистационарных волн происходит заметная интенсификация теплопереноса по сравнению с гладкой пленкой.

#### Обозначения

$T$  – безразмерная температура;  $\Delta\tilde{T} = \tilde{T}_s - \tilde{T}_w$  – температурный напор, К;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости,  $m^2/c$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности жидкости, Вт/(м·К);  $Fi = \sigma^3 / \rho^3 g^2 \nu^4$  – число Капицы;  $Pr$  – число Прандтля;  $Q_w$  – тепловой поток на стенке, Вт/ $m^2$ ;  $h$  – толщина пленки, м;  $q$  – расход жидкости,  $m^2/c$ ;  $L$  – теплота испарения, Дж/кг;  $l_v = (3\nu^2 / g)^{1/3}$  – вязкостный масштаб длины, м;  $c_p$  – теплоемкость жидкости, Дж/(кг К)

#### Литература

1. R.I. Hirshburg, L.W. Florschuetz. Laminar Wavy-Film Flow: Part II, Condensation and Evaporation // Trans. ASME J. Heat Transfer. 1982. Vol. 104, P.459-464.
2. Шкадов В.Я. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР, сер. МЖГ. 1968. № 2, С.20-25
3. Актершев С.П. Теплоперенос в ламинарно-волновых стекающих пленках жидкости. // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 3, С.385-396.
4. Aktershev S.P., Alekseenko S.V. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow // Int. J. of Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48, No 6. P. 1039-1052