

МОДЕЛЬНЫЙ КАНАЛ ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ОДНО- И ДВУХФАЗНЫХ СРЕД В ШАРОВОЙ ЗАСЫПКЕ

О.Н. Кабаньков, Л.А. Сукомел, В.В. Ягов

Московский энергетический институт (НИУ МЭИ), г. Москва, Россия

ВВЕДЕНИЕ

Физически обоснованный анализ процессов гидродинамики и теплообмена (особенно в условиях фазового перехода) в поровом пространстве пористой структуры вряд ли возможен без выделения в этой структуре некоторого представительного элемента, в котором воспроизводились бы основные черты течения, характерные для реальной пористой системы. Очевидно, что чем полнее в представительном элементе будут отражены реальные свойства процесса, тем с большей степенью достоверности результаты анализа в представительном элементе могут быть перенесены на реальную пористую систему. Заманчивым выглядит моделирование пористой структуры системой прямых параллельных каналов. Однако, как убедительно показано в [1], такой подход совершенно бесперспективен. Прямое сравнение рассчитанных на основе моделей прямых цилиндрических каналов значений гидравлического сопротивления и коэффициентов теплоотдачи отличаются от измеренных в реальных структурах многократно, иногда – на порядки величины. Причем это справедливо не только в отношении экспериментов с нерегулярными пористыми структурами, но и в сравнении с данными, относящимися к системе монодисперсных шаровых частиц.

Элементарные струйки жидкости движутся между сферическими частицами, огибая их. В связи с этим лучшего воспроизведения характерных особенностей течения в засыпке следует ожидать для такой модели зернистой системы, в которой рассматривается обтекание зерна жидкостью. Распространён подход, согласно которому, в качестве представительного элемента рассматривается шар, обтекаемый тонкой струёй несжимаемой жидкости. Однако опытные данные визуализации обтекания шара в засыпке сферических частиц, с одной стороны, указывают на наличие и существенную роль струйных и отрывных структур в засыпке, а с другой – свидетельствуют о том, что данное модельное течение только частично соответствует наблюдаемому [2]. По всей вероятности, более реалистичным представляется подход, основанный на анализе обтекания не одиночного шара, а системы соприкасающихся шаров.

В настоящей работе проводился поиск конфигурации представительного элемента засыпки в виде прямолинейного канала переменного поперечного сечения, составленного из криволинейных поверхностей с учётом основных геометрических характеристик засыпки (радиус шаров, просветность), в котором в наибольшей степени воспроизводилось бы течение в слое из сферических частиц. Было выполнено численное моделирование нескольких вариантов возможных модельных каналов, прежде чем удалось предложить конфигурацию, максимально воспроизводящую, как нам кажется, реальное течение в засыпке. Таким каналом оказалось пространство между цепочкой соприкасающихся шаров и окружающей её цилиндрической поверхностью с ненулевой продольной компонентой вектора скорости на ней (рис. 1). Идея такого потока была высказана ещё в 1940-х г.г. Л.С. Лейбензоном [3]. Согласно [3], приближённо можно считать, что шары помещены в канале, наружной стенкой которого является цилиндрическая поверхность, проходящая через середину слоя жидкости, обтекающего цепочку шаров. Следовательно, жидкость не

прилипает к наружной стенке канала, а скользит вдоль неё с некоторой скоростью V . При этом не происходит протока жидкости ни через наружную, ни через внутреннюю стенки канала. На поверхности шаров скорость вязкой жидкости равна нулю. Радиус внешней цилиндрической поверхности (рис. 1,б) рассчитывается таким образом, чтобы площадь

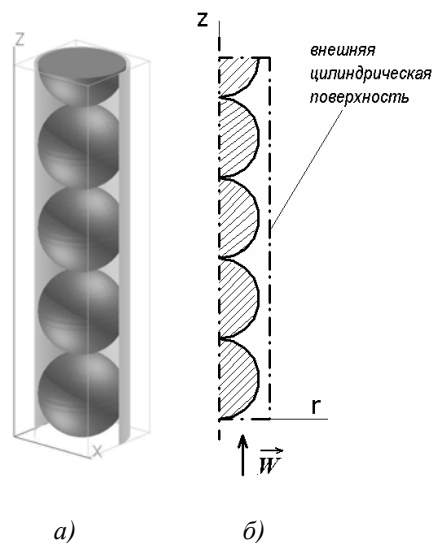


Рис. 1. Внутреннее пространство модельного канала (а) и его продольное осевое сечение (б)

самого узкого проходного сечения модельного канала соответствовала просветности засыпки. Просветность зависит только от угла укладки шаров, который однозначно связан с пористостью [3]. Следовательно, геометрия модельного канала, построенного в соответствии с вышесказанным, будет соответствовать реальной геометрии засыпки.

Однако развитие идеи обтекания цепочки шаров в [3] ограничивается приближённым анализом, предполагающим, что движение жидкости во всём поровом пространстве происходит так же, как и в самом узком месте канала. Тогда приближённая схема обтекания шаров сводится к течению вязкой жидкости в узкой области между двумя коаксиальными цилиндрами с определённым законом течения на его внешней границе. Выполненное нами числен-

ное моделирование показало, что обтекание цепочки последовательных шаров кардинально отличается от течения в кольцевом зазоре. Вдоль канала происходит весьма интенсивная перестройка профиля скорости с возникновением возвратных течений. В зонах расширения поперечного сечения канала поперечная составляющая скорости, хотя и много ниже продольной, но ее значения нельзя считать пренебрежимыми. При такой интенсивной перестройке поля скорости, повторяющейся по всей высоте слоя засыпки, следует ожидать существенно больших перепадов давления, чем в капилляре постоянного сечения.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАСЫПКИ ИЗ ШАРОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛЬНОГО КАНАЛА

Подробный анализ геометрии пористой среды, составленной из сферических частиц одинакового диаметра и получение на его основе соотношений для расчёта характеристик пористой среды был впервые выполнен американским инженером Сликтером в конце XIX столетия. Подробное изложение этой работы можно найти в [3]. Количественные результаты, полученные Сликтером, были использованы нами при расчёте поперечных размеров модельного канала.

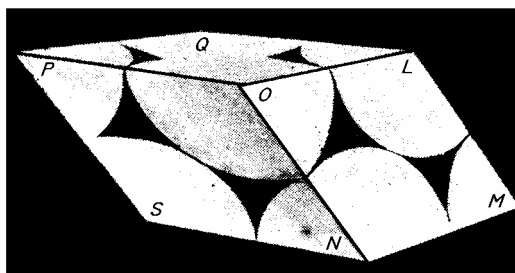


Рис. 2. Ромбоэдр – основной элемент модели фиктивного грунта по Сликтеру

Основным элементом модели сферической засыпки, согласно Сликтеру, является ромбоэдр, изображённый на рис. 2. Центры каждого из восьми

соприкасающихся шаров расположены в вершинах ромбоэдра, каждая грань которого есть ромб.

Изучение геометрических свойств основного ромбоэдра позволило Сликтеру получить соотношение для расчета пористости шаровой засыпки m :

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos\theta)\sqrt{1 + 2\cos\theta}} \quad (1)$$

где θ – угол при вершине грани ромбоэдра, $\pi/6 \leq \theta \leq \pi/2$.

Как следует из формулы (1), пористость засыпки, состоящей из шаров одинакового диаметра, не зависит от диаметра шаров, а зависит лишь от их относительного расположения, определяющегося углом θ .

Подставляя в формулу (1) крайние значения угла θ , получим пределы изменения пористости шаровой засыпки:

$$0,259 \leq m \leq 0,476 .$$

Отношение n площади проходов к площади всей грани ромбоэдра, называемое просветностью или поверхностной пористостью, равно

$$n = 1 - \frac{\pi}{4\sin\theta} \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что просветность не зависит от диаметра сферических частиц, составляющих пористую среду, а зависит лишь от их взаимного расположения, определяемого углом θ .

Подставляя в формулу (2) крайние значения угла θ , получим пределы изменения просветности шаровой засыпки:

$$0,0931 \leq n \leq 0,2146 .$$

Следует заметить, что определяемое формулой (2) значение просветности характеризует площадь прохода в самом узком месте порового канала [3].

Таким образом, если известна пористость засыпки (определённая, например, опытным путём), то по формулам (1) и (2) могут быть определены угол θ и просветность n .

На рис. 3 приведен фрагмент продольного сечения канала, на котором обозначены характерные размеры в самом узком и самом широком поперечном сечении.

На рис. 3 обозначено: R – радиус шара, R_1 – радиус внешнего цилиндра, δ – ширина зазора в самом узком сечении канала. Радиус R_1 определяем из условия, что площадь круга радиуса R_1 равна площади основного ромба $4R^2 \sin\theta$. Если ввести просвет по формуле (2), то площадь прохода в самом узком месте будет πR_1^2 , и она равна разности площадей $\pi(R_1^2 - R^2)$. Отсюда имеем

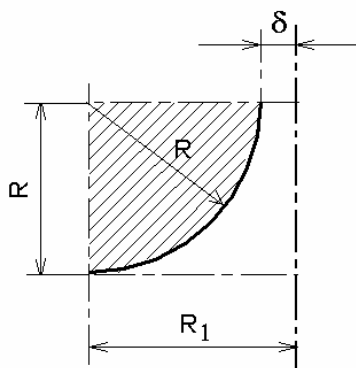


Рисунок 3. К определению минимального и среднего проходных сечений модельного канала.

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{1-n}} . \quad (3,а)$$

Средняя по высоте площадь поперечного сечения канала равна

$$A_m = \pi(R_1^2 - \frac{2}{3}R^2) . \quad (3,б)$$

ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛЬНОГО КАНАЛА

Для проверки возможности моделирования пористой среды описанным выше прямолинейным каналом было выполнено численное моделирование течения в нём жидкости и газа и на основе результатов численного моделирования были рассчитаны перепады давления. Полученные расчётные значения были сопоставлены с экспериментальными данными работ [4, 5]. Во всех экспериментах в качестве рабочих участков использовались вертикальные круглые трубки, заполненные шариками одинакового размера.

Расчёты выполнены с использованием пакета ANES_NE для численного моделирования процессов гидродинамики и теплообмена [6].

При проведении расчётов полей скорости в модельном канале необходимо было задать модель течения (ламинарное или турбулентное), соответствующую действительному режиму течения в поровом пространстве опытных секций. Для этой цели были использованы результаты экспериментальных исследований режимов течения в шаровых засыпках, приведенные в [2]. Исследования проводились путём визуализации течения, анемометрии, анализа сопротивления и тепломассоотдачи шаров. Границы режимов течения приведены в зависимости от числа Рейнольдса, рассчитанного по скорости фильтрации и диаметру шара

$Re = \frac{w_\phi d}{\nu}$, хотя, как отмечает автор [2], границы режимов при таком выборе Re зависят от

структуры засыпки или укладки. По данным наблюдений за тепломассообменными характеристиками шара переход к турбулентному режиму течения происходит при $Re = 100 \div 120$, а согласно визуализации и анемометрии – при $Re = 300$. В любом случае переход к турбулентности происходит при значительно более высоких числах Рейнольдса, чем начало отклонения от закона фильтрации Дарси. В соответствии с визуальными наблюдениями в потоке жидкости при $1 \div 10 < Re < 300$ имеет место ламинарное течение с явно выраженной инерционной составляющей, влияние которой усиливается ростом числа Re . При $150 < Re < 300$ наблюдалось квазипериодическое инерционное течение, причём струйка краски в пределах поры сохраняла свои очертания, что свидетельствовало о сохранении ламинарного режима течения. В то же время, как отмечается в [2], переход к турбулентности может зависеть от уровня внешних возмущений в потоке, а для полидисперсных засыпок границы режимов течения по числу Рейнольдса несколько размываются и переход реализуется на большем интервале Re .

В экспериментах, привлеченных для сравнения с расчётом, диапазоны чисел Re составили: $140 \leq Re \leq 1200$ для воды и $185 \leq Re \leq 1190$ для воздуха. Как видно, в экспериментах реализовывались различные режимы, но преимущественно переходный и турбулентный. В итоге, в связи с существенной размытостью границ режимов течения по

числу Рейнольдса тестирование модельного канала в приведенном выше диапазоне чисел Re выполнено как для ламинарной, так и для турбулентной модели течения.

Математическое описание процесса

Применительно к анализируемым экспериментам имеем в модельном канале двумерное стационарное осесимметричное движение вязкой несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами. В случае **ламинарного течения** система уравнений сохранения, записанная в цилиндрических координатах, имеет вид (W_z и W_r – проекции вектора скорости на координатные оси, ось z направлена вдоль оси канала, ось r – вдоль радиуса):

$$\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_r}{r} = 0$$

$$W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} + W_r \frac{\partial W_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial r} \right)$$

$$W_z \frac{\partial W_r}{\partial z} + W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 W_r}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 W_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial r} - \frac{W_r}{r^2} \right).$$

Граничные условия на омываемых поверхностях. В соответствии с приведенным выше описанием имеем:

– поверхность шаров: $W_z = W_r = 0$.

– поверхность внешнего цилиндра: $\frac{\partial W_z}{\partial r} = 0$, $W_r = 0$.

Турбулентное течение. Результаты расчётов полей скорости в ламинарном потоке в модельном канале (см. рис. 4) демонстрируют существенную неоднородность как в продольном, так и в поперечном направлении, поэтому при описании турбулентного переноса будет более корректно применить модель, учитывающую анизотропию этого переноса и пригодную для использования в каналах произвольного поперечного сечения. Этими свойствами обладает, в частности, пространственная модель турбулентного обмена, разработанная Н.И. Булеевым [7]. В основе модели лежат идеи пути перемешивания, развитые и обобщенные в [7] на случай произвольного трёхмерного течения. Полученные в [7] соотношения для расчёта турбулентного переноса оттестированы в потоках различной конфигурации, включая течение в пучках стержней, и доведены до вида, пригодного для практического применения.

Согласно [7], после ряда упрощений и использования коэффициентов турбулентной вязкости, соответствующих направлениям главных координатных осей, система уравнений Рейнольдса для двумерного осесимметричного течения принимает вид

$$\bar{W}_z \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial z} + \bar{W}_r \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\nu + \varepsilon_{zz}) \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r(\nu + \varepsilon_{rr}) \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial r} +$$

(4,a)

$$+ \left(\frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial r} \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial z} - \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial z} \frac{1}{r} \frac{\partial (r \bar{W}_r)}{\partial r} \right)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_z \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial z} + \bar{W}_r \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial r} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} (\nu + \varepsilon_{zz}) \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\nu + \varepsilon_{rr}) \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial r} - \\ & - (\nu + 2\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{rr}) \frac{\bar{W}_r}{r^2} + \left(\frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial r} \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial r} - \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial z} \frac{\partial \bar{W}_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (4,б)$$

$$\frac{\partial \bar{W}_z}{\partial z} + \frac{\partial \bar{W}_r}{\partial r} + \frac{\bar{W}_r}{r} = 0, \quad (4,в)$$

где \bar{W}_z , \bar{W}_r – осредненные компоненты вектора скорости, ε_{zz} , ε_{rr} , $\varepsilon_{\varphi\varphi}$ – коэффициенты турбулентной вязкости, соответствующие направлениям главных координатных осей.

В настоящей работе выполнен оценочный расчёт турбулентных полей скорости с использованием одной из упрощённых моделей [7], основанной на предположении о равенстве $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon^M$, где коэффициент ε^M рассчитывается по интерполяционной формуле

$$\frac{\varepsilon^M}{\nu} = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{L^2}{\nu} \left| \frac{\partial \bar{W}}{\partial n} \right| \leq m^2 \\ k^2 \left(\frac{L^2}{\nu} \left| \frac{\partial \bar{W}}{\partial n} \right| - m^2 \right), & \text{если } \frac{L^2}{\nu} \left| \frac{\partial \bar{W}}{\partial n} \right| > m^2 \end{cases}. \quad (5)$$

Здесь $\left| \frac{\partial \bar{W}}{\partial n} \right|$ – модуль деформации поля скорости усредненного движения,

$\left| \frac{\partial \bar{W}}{\partial n} \right|^2 = \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial x_2} \right)^2$, L – характерное расстояние точки в потоке до стенок канала, $m^2 = 42$, $k^2 = 0.20$.

Для определения L используется соотношение $\frac{1}{L} = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} \frac{1}{s} d\Omega$, где s – расстояние в направлении Ω от рассматриваемой точки в потоке до стенки канала.

Для ряда конфигураций поперечного сечения каналов в [7] получены аналитические выражения для L . В настоящем расчёте использовалась формула для кольцевого зазора:

$$L = \begin{cases} (\xi - \theta)a_2 & \text{при } \theta < \xi < \xi_0 \\ \frac{1 - \xi^2}{2}a_2 & \text{при } \xi_0 < \xi < 1 \end{cases}, \quad (6)$$

где $\xi = r/a_2$, $\theta = a_1/a_2$, a_1 и a_2 – радиусы внутренней и наружной труб кольцевого зазора, ξ_0 – координата точки максимума скорости

На данном этапе расчёты полей скорости при турбулентном течении в модельном канале выполнены на основе упрощенного подхода с использованием соотношений (5) и (6) с отбрасыванием ряда членов в уравнениях (4,а-б).

Анализ полученных результатов

Характерные радиальные профили продольной и поперечной компонент вектора скорости, рассчитанные для течения воды через модельный канал при $Re=200$ для ламинарного режима течения, приведены на рис. 4. Сплошные линии на рис. 4 соответствуют наиболее узкому поперечному сечению, а пунктир – наиболее широкому. Как видно, наблюдается существенная немонотонность профилей скорости в зонах расширения поперечного сечения канала; поперечная составляющая скорости, хотя и много ниже продольной, но ее значения, нельзя считать пренебрежимыми. При такой интенсивной перестройке поля скорости, повторяющейся по всей высоте слоя засыпки, следует ожидать существенно бóльших перепадов давления, чем в капилляре постоянного сечения.

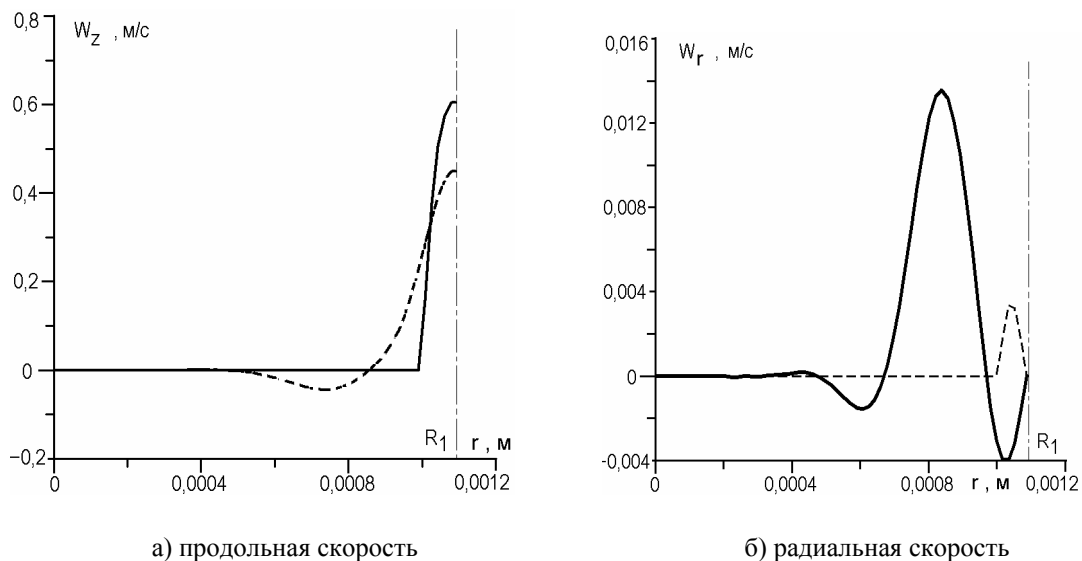


Рис. 4. Расчётные профили продольной и радиальной компонент вектора скорости в наиболее широком (пунктир) и наиболее узком (сплошные линии) сечении в потоке воды при $Re = 200$. Ламинарный режим течения (диаметр шариков 2,033 мм, пористость 0,37).

На рис. 5 приведены расчётные профили продольной и радиальной компонент вектора скорости при течении воды (рис. 5,а) и воздуха (рис. 5,б) для турбулентного режима течения. Из рисунков видно, что при турбулентном течении область неподвижной жидкости вблизи точки контакта шаров заметно сужается, что свидетельствует о довольно интенсивном вихреобразовании в широкой части поперечного сечения модельного канала. Этот результат согласуется с опытными данными визуализации течения в шаровой засыпке, описанными в

[2], где отмечается, что при больших скоростях наблюдалось наличие струй, формировавшихся в наиболее узких частях пор, а в расширениях пор струи перемешивались с более медленной частью жидкости, подобно известному процессу при внезапном расширении поперечного сечения трубы. С таким перемешиванием, согласно выводам [2], связаны основные потери кинетической энергии жидкости и сопротивление.

Этот вывод подтверждается рис. 6 – 7, на которых перепады давления, рассчитанные для воды при разных температурах, сопоставлены с опытными данными работ [4, 5].

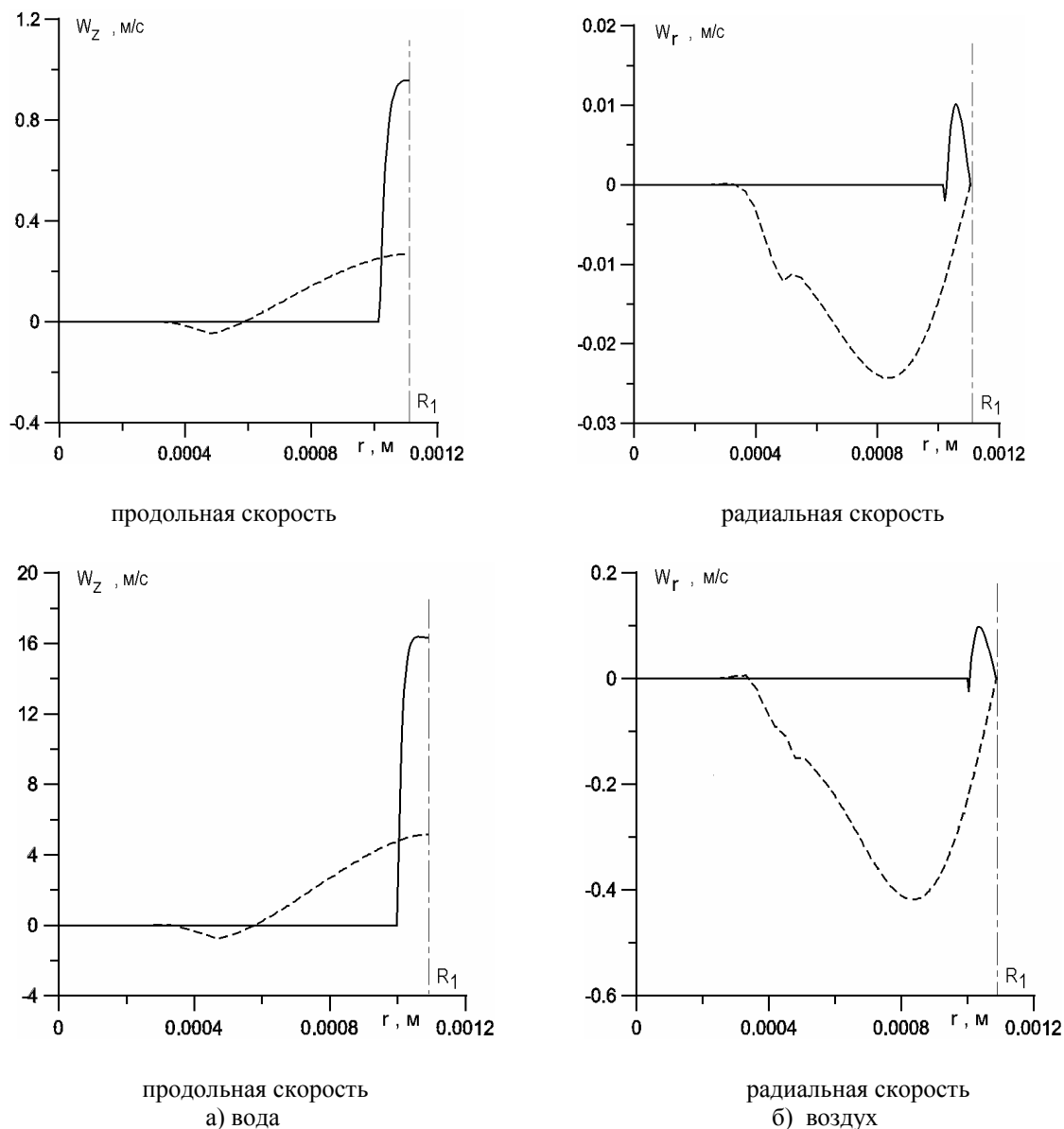


Рис. 5 Расчётные профили продольной и радиальной компонент вектора скорости в наиболее широком (пунктир) и наиболее узком (сплошные линии) сечении модельного канала при турбулентном течении:

- а) вода, $Re = 340$, диаметр шариков 2,033 мм, пористость 0,37;
- б) воздух, $Re = 1190$, диаметр шариков 2,033 мм, пористость 0,37.

На рис. 6,а представлены опытные зависимости перепада давления от числа Re при течении воды сквозь вертикальный слой шаровых частиц, полученные авторами работы [4] при разных температурах воды. Наблюдается явное расслоение опытных точек по температурам, связанное с сильным изменением вязкости. С ростом температуры сопротивление шарового слоя движению жидкости существенно уменьшается. Аналогичная тенденция наблюдалась в работе [5], авторы которой измеряли потери давления при движении воды сквозь вертикальный слой шаровых частиц при температурах 17 и 100 °С. На рис. 6,б экспериментальные данные работы [4] сопоставлены с расчётом. На графиках рис. 6,б расчётные кривые приведены для обоих режимов течения – ламинарного (пунктир) и турбулентного (сплошные линии). Как видно, наблюдается хорошее согласие расчётных перепадов давления в модельном канале с результатами измерений, причём опытные точки практически во всём диапазоне чисел Re согласуются с турбулентной моделью течения. На рис. 7 экспериментальная зависимость удельного перепада давления от массовой скорости, полученная в работе [5] (точки), сопоставлена с расчётом для модельного канала (линия). В этом случае расчёт также согласуется с экспериментом. Рис. 6 – 7 показывают, что расчёты как качественно, так и количественно воспроизводят тенденции изменения перепада давления от режимных параметров. По-видимому, структура течения в рассмотренном канале отражает основные черты течения в поровом пространстве.

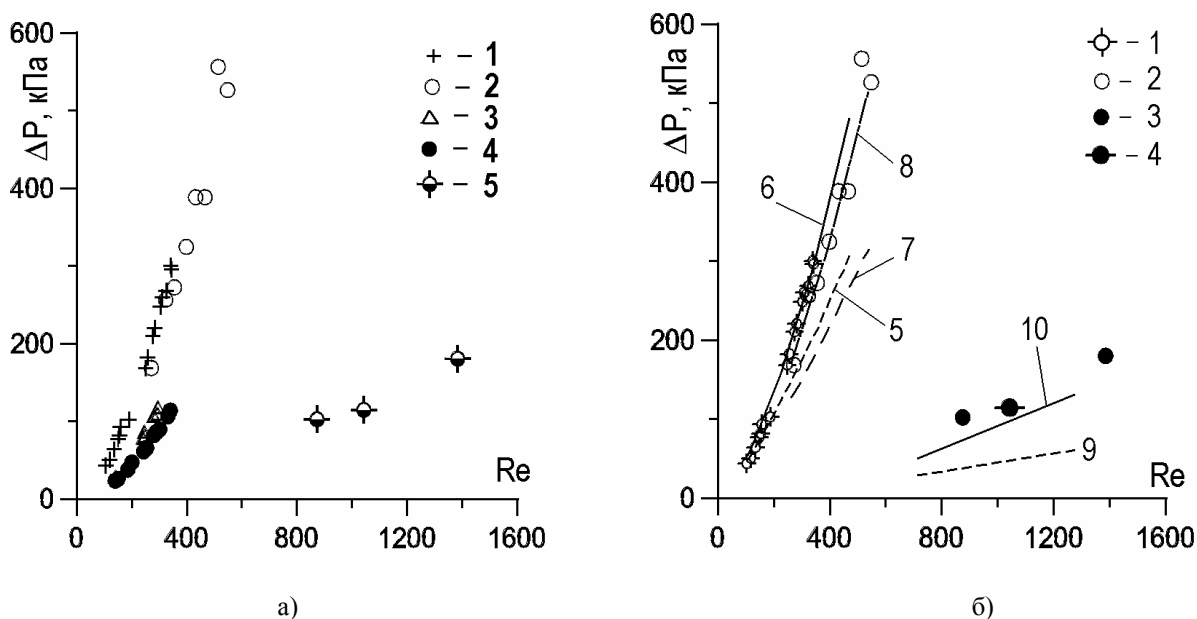


Рис. 6. Перепады давления при течении воды сквозь вертикальный слой шаровых частиц в цилиндрическом канале по данным работы [4] (внутренний диаметр трубки 34 мм, высота 1013 мм, диаметр шариков 2,033 мм, пористость 0,37): На рисунке обозначено: а) – опытные точки при разных температурах воды: 1 – (18-20) °С, 2 – 24 °С, 3 – (35-37) °С, 4 – 41 °С, 5 – (116-136) °С; б) – сопоставление опытных данных с расчётными перепадами давления в модельном канале. Точки – эксперимент: 1 – (18-20) °С, 2 – 24 °С, 3 – (116-136) °С; 4 – 130 °С. Линии – расчёт при разных температурах воды: 5, 6 – 21 °С, 7, 8 – 24 °С, 9, 10 – 130 °С. Сплошные линии – расчёт для турбулентного режима течения, пунктир – расчёт для ламинарного режима течения.

Как видно из приведенных графиков, полученные в экспериментах зависимости перепада давления от скорости движения жидкости обнаруживают явную нелинейность, что указывает на наличие существенной инерционной составляющей сопротивления движению

жидкости. В этом случае, согласно анализу размерностей [8], для ньютоновской жидкости зависимость градиента давления от вектора скорости фильтрации \vec{w}_0 выражается двучленной формулой

$$\text{grad}p = -(\mu/k)\vec{w}_0 - (\beta\rho w_0/\sqrt{k})\vec{w}_0, \quad (7)$$

где k – коэффициент проницаемости, зависящий от структуры пористой среды, β – также некоторая функция пористости. В простейшем случае прямолинейно-параллельного течения (именно такое течение фактически реализовывалось в рассмотренных нами экспериментах) соотношение (7) принимает вид

$$\Delta p/L = (\mu/k)w_0 + (\beta\rho/\sqrt{k})w_0^2. \quad (8)$$

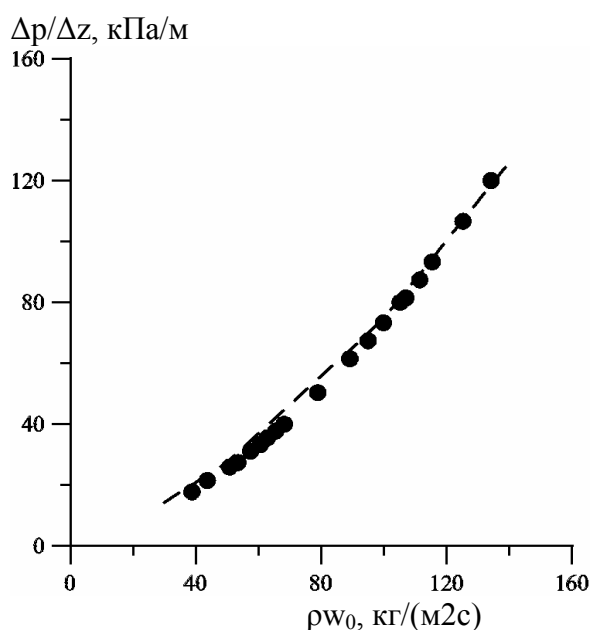


Рис. 7. Перепады давления при течении воды сквозь вертикальный слой шаровых частиц в цилиндрическом канале по данным работы [5] (диаметр шариков 2,8 мм, пористость 0,385, температура воды 17 °С). Точки – эксперимент, линия – расчёт для модельного канала.

Здесь $\Delta p/L$ – перепад давления на некоторой длине L . Соотношение (2) часто анализируется в виде $\Delta p/L = a\mu w_0 + b\rho w_0^2$, где коэффициенты a и b определяются экспериментально. Фактически дополнительному исследованию подлежат параметры k и β (уравнение (2)) – величины, зависящие от структуры пористой среды. Эти величины могут быть исследованы на основе анализа движения жидкости в модельном представительном элементе. В частности, в случае засыпки из сфер одинакового диаметра значения параметров k и β могут быть легко получены из данных численного моделирования течения в рассмотренном нами модельном канале. Так например, для опытных данных [5] значения коэффициентов k и β составили: $k = 30,68 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$, $\beta = 0.2152$. Линия на рис. 7

соответствует параболической кривой с приведенными выше числовыми значениями коэффициентов.

Численные расчёты засыпки в целом.

Полученные в предыдущем разделе данные о коэффициентах в формуле (8) были применены для анализа течения в засыпке в целом. Были рассчитаны поля скорости и давления в экспериментальном участке работы [5].

Для расчётов использовалась разработанная в рамках пакета ANES_NE и неоднократно проверенная на различных задачах модель пористой среды. Модель основана

на рассмотрении пористой среды с движущейся в ней жидкостью как системы двух взаимопроникающих континуумов. Предполагается, что в любом элементарном объёме пористой среды одновременно присутствуют две фазы: твёрдая фаза – скелет пористого каркаса и жидкость, движущаяся по поровым каналам. В этом случае для стационарного процесса уравнения сохранения массы и импульса для движущейся жидкости могут быть записаны в виде

$$\operatorname{div} (m \rho \vec{w}) = 0$$

$$\operatorname{div}(m \rho \vec{w} \cdot w_i - m \mu \operatorname{grad}(\vec{w})) = -m \cdot \operatorname{grad} p - F_{\text{взаим}}$$

где $i = x, y, z$, m – пористость.

$$F_{\text{взаим}} = m \frac{\rho v}{K_i} w_i - \quad (9)$$

силы межфазного взаимодействия жидкости с пористым каркасом, K_i – коэффициент проницаемости вдоль i -й оси. Фактически $F_{\text{взаим}}$ представляет собой силу сопротивления, отнесённую к 1 м^3 пространства. В частности, для шаровой засыпки это сопротивление определяется соотношением (7). Таким образом, используя (7) и (9) для заданной проекции вектора скорости, можно определить значение K_i , которое используется расчётным алгоритмом пакета ANES_NE.

В настоящей работе при моделировании течения в засыпке в целом для описания обмена импульсом между потоком среды и твёрдым каркасом были использованы значения коэффициентов формулы (7), рассчитанные на основе результатов предварительных численных экспериментов в модельном канале. Для учёта турбулентного переноса в засыпке использовалось постоянное значение $\frac{\varepsilon^M}{\nu}$, полученное усреднением по представительному элементу модельного канала.

В экспериментах пористый массив имел цилиндрическую форму радиуса R и высотой H . Расчётная сетка задавалась таким образом, чтобы в контрольном объёме по каждому из направлений помещалось не менее полутора частиц, составляющих пористую засыпку.

В таблице 1 экспериментальные перепады давления, полученные в [5] для воды при $\rho w_0 = 125 \text{ кг}/(\text{м}^2\text{с})$ и температуре $T = 17 \text{ }^\circ\text{C}$, сопоставлены с расчётом.

Таблица 1

Диаметр шара 2,8 мм, пористость 0,385, высота засыпки $\Delta H=400$ мм	$\Delta p / \Delta H$, кПа/м		
	модельный канал	массив в целом	эксперимент
	105,6	101,7	106,7

Таким образом, предложен вариант модельного канала, в котором возникает сложная гидродинамическая картина течения и потери давления, согласующиеся с результатами измерений. Канал может быть использован при практических расчётах пористых систем для получения значений коэффициентов в обобщённом уравнении Дарси, причём в этом случае необходима только одна экспериментальная величина – пористость засыпки, а коэффициенты уравнения определяются из численных расчётов модельного канала.

Предложенный канал может быть представительным элементом для дальнейшего моделирования двухфазных парожидкостных систем в поровом пространстве.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ России НШ-4977.2012.8

ЛИТЕРАТУРА

1. Зейгарник Ю.А., Иванов Ф.П. Неэффективность использования универсального геометрического размера при описании гидродинамики и теплообмена в пористых структурах. //Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 6. С. 907–913.

2. Сорокин В.В. Гидравлика и теплообмен шаровых засыпок в условиях активной зоны водо-водяных ядерных реакторов с микротрещинами. Минск: Беларус. навука, 2010. 191 с.

3. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. ОГИЗ: Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва – Ленинград, 1947. 244 с.

4. Авдеев А.А., Балунов Б.Ф., Рыбин Р.А., Созиев Р.И., Филиппов Г.А. Гидродинамическое сопротивление при течении двухфазной смеси в шаровой засыпке. //Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 3. С. 432–438.

5. Таиров Э.А., Васильев С.А., Семчegov И.Н. Потери давления при течении жидкости в слое шаровых частиц. // Труды 5 Российской национальной конференции по теплообмену, Москва 25–29 октября 2010 г. М.: Издательский дом МЭИ, 2010. Т. 5. С. 226 – 229.

6. Артемов В.И., Яньков Г.Г., Карпов В.Е., Макаров М.В. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена в элементах теплотехнического и энергетического оборудования // Теплоэнергетика. 2000. № 7. С. 52–59.

7. Булев Н.И. Пространственная модель турбулентного обмена. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 344 с.

8. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. М.: Недра, 1993. – 416 с.