

УДК 536.75:539.2

НОВЫЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПЕРЕСЫЩЕННОГО ПАРА

Н.М. Корценштейн¹, Е.В. Самуйлов¹, А.К. Ястребов²

¹ Энергетический институт им. Г.М. Кржижановского, Москва, Россия

² Московский энергетический институт (технический университет), Москва, Россия

Для анализа объемной конденсации пересыщенного пара в различных устройствах с учетом сопутствующего тепловыделения традиционно используется совместное решение уравнений газовой динамики и кинетики конденсации в постановке, соответствующей решаемой задаче. В настоящее время для описания кинетики конденсации, как правило, используется кинетическое уравнение для функции распределения капель по размерам. В случае гомогенной конденсации в неподвижной среде без учета коагуляции капель указанное уравнение имеет следующий вид (см., например, [1,2]):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(\dot{r}f)}{\partial r} = \frac{I}{\rho_{\Sigma}} \delta(r - r_{cr}) \quad (1)$$

где f – массовая функция распределения капель по размерам, нормированная на число капель в единице массы паро-газо-капельной смеси, r – радиус капли, \dot{r} – скорость роста капель, I – скорость нуклеации, ρ_{Σ} – плотность паро-газо-капельной смеси, δ – дельта-функция Дирака, r_{cr} – критический радиус капель.

Как правило, при решении задач объемной конденсации требуется определить не функцию распределения, а интегральные характеристики процесса, такие как числовая плотность образующихся капель, их средний размер, весовая или объемная доля жидкой фазы, удельная поверхность. Если функция распределения известна, то указанные величины можно найти через ее моменты Ω_n :

$$\Omega_n = \int_{r_{cr}}^{\infty} r^n f dr \quad (2)$$

Например, нулевой момент Ω_0 равен числу капель в единице массы смеси, третий момент Ω_3 – их суммарному объему в единице массы смеси и т.д.

Широко распространенным подходом к решению кинетического уравнения (1) является использование моментного метода, который позволяет получить эквивалентную (1) систему моментных уравнений для первых четырех моментов ($n = 0...3$) функции распределения [2]. Для этого уравнение (1) умножается на r^n и интегрируется по всем значениям радиуса капель:

$$\frac{d\Omega_n}{dt} = n \int_{r_{cr}}^{\infty} \dot{r} r^{n-1} f(r, t) dr + \frac{I}{\rho_{\Sigma}} r_{cr}^n \quad (3)$$

Если скорость роста не зависит от радиуса капли, то система интегро-дифференциальных уравнений (3) может быть приведена к следующему виду:

$$\frac{d\Omega_n}{dt} = n \dot{r} \Omega_{n-1} + \frac{I}{\rho_{\Sigma}} r_{cr}^n \quad (4)$$

Отсутствие зависимости скорости роста капель от их размера является важным условием применимости моментного метода. Это условие выполняется только в том

случае, если радиус капли r много меньше длины свободного пробега λ (т.е. при больших числах Кнудсена $Kn = \lambda/r$). Зависимость скорости роста от радиуса капли, проявляющаяся при умеренных и малых числах Кнудсена, делает невозможным переход от системы (3) к системе (4). Вследствие этого становится необходимым выбор между решением интегро-дифференциальных моментных уравнений (3) или исходного дифференциального уравнения для функции распределения (1). В принципе возможно также упрощение системы (3) с целью исключения радиуса капель (например, в работах [3,4]). Применение такого подхода требует принятия определенных допущений, оценка корректности которых может быть дана только при использовании более точного подхода.

В настоящей работе, являющейся развитием предыдущей работы авторов [5], для исследования процессов объемной конденсации при различных числах Кнудсена используется метод прямого численного решения кинетического уравнения (1). При разработке данного метода применялся опыт исследования процессов испарения-конденсации на межфазных поверхностях с использованием кинетического уравнения Больцмана, которое для одномерных нестационарных задач при отсутствии массовых сил записывается следующим образом [6]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial F}{\partial x} = J(F) \quad (5)$$

Здесь F – функция распределения молекул по скоростям, ξ_x – проекция скорости молекулы на ось x , J – интеграл столкновений. Кинетические уравнения (1) и (5) имеют аналогичный вид, поэтому для их решения могут использоваться одинаковые методы.

К настоящему времени предложен ряд методов решения уравнения Больцмана (например, прямое статистическое моделирование, моментный метод и др.). Следует отметить, что моментный метод решения уравнения Больцмана послужил в свое время основой для создания аналогичного метода решения кинетического уравнения для функции распределения капель по размерам (1). Удачным оказалось использование метода прямого численного решения уравнения Больцмана, разработанного в Вычислительном центре РАН. Существуют различные варианты данного метода [7,8], в которых используются различные подходы к расчету интеграла столкновений.

Во всех вариантах метода используется схема расщепления по физическим процессам: на каждом шаге по времени сначала решается уравнение свободномолекулярного разлета

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

а затем уравнение пространственно однородной релаксации

$$\frac{\partial F}{\partial t} = J(F). \quad (7)$$

При этом решение (6) является начальным условием для (7), а решение (7) – начальным условием для (6) на следующем шаге по времени. Таким образом, изменение функции распределения молекул пара по скоростям на этапе разлета происходит вследствие движения молекул в пространстве без столкновений, а на этапе релаксации – вследствие столкновений молекул без их перемещения между ячейками координатной сетки. При численном решении уравнения (6) и (7) заменяются разностными схемами.

Для кинетического уравнения (1) этапами, аналогичными свободномолекулярному разлету (6) и пространственно однородной релаксации (7), могут служить рост капель и нуклеация. Соответствующие уравнения записываются следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial (jf)}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{I}{\rho_{\Sigma}} \delta(r - r_{\text{ср}}). \quad (9)$$

С точки зрения физики процесса корректным представляется следующий порядок этапов: сначала образование капель (уравнение (9)), а затем их рост (уравнение (8)). Так же, как и при численном решении уравнения Больцмана, решение уравнения (9) служит начальным условием для уравнения (8), а решение уравнения (8) – начальным условием для уравнения (9) на следующем шаге по времени.

Численное решение уравнений (9) и (10) требует ограничения расчетной области по радиусу капель. Естественной нижней границей является критический радиус, в качестве верхней границы можно взять какое-либо достаточно большое значение радиуса r_{max} , такое, чтобы функция распределения при $r = r_{\text{max}}$ всегда оставалась равной нулю. Также в расчетной области вводится сетка по радиусу капель, в качестве первого узла сетки берется критический радиус.

Для аппроксимации дельта-функции из уравнения нуклеации (9) это уравнение интегрируется по радиусу капель. При дискретных значениях радиуса этот интеграл заменяется суммой узлов сетки по радиусу капель:

$$\sum_i \frac{\partial f_i}{\partial t} \Delta r_i = \frac{I}{\rho_{\Sigma}} \quad (10)$$

Из уравнения (9) следует, что на этапе нуклеации меняется только значение функции распределения, соответствующее критическому радиусу, так как при $r \neq r_{\text{ср}}$ правая часть уравнения (9) равна нулю. Вследствие этого только первое слагаемое в левой части (12) не равно нулю, и разностная схема приобретает следующий вид:

$$\frac{f_1^{j+1} - f_1^j}{\Delta t} \Delta r_1 = \frac{I}{\rho_{\Sigma}}, \quad (11)$$

где функция распределения f_1 соответствует критическому радиусу, $\Delta r = r_2 - r_1$, j -номер шага по времени.

На этапе роста образование новых капель отсутствует, поэтому разностная схема для соответствующего уравнения должна обеспечивать постоянство нулевого момента функции распределения (т.е. числа капель):

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_i f_i \Delta r_i = 0. \quad (12)$$

Время и радиус капли являются независимыми переменными, поэтому порядок дифференцирования и интегрирования можно изменить. Таким образом, соотношение (12) может быть записано следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N f_i^{j+1} \Delta r_i = \sum_{i=1}^N f_i^j \Delta r_i. \quad (13)$$

Для решения уравнения роста капель (8) используется явная разностная схема, имеющая первый порядок точности по времени и координате:

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} + \frac{\dot{r}_i^j f_i^j - \dot{r}_{i-1}^j f_{i-1}^j}{r_i - r_{i-1}} = 0. \quad (14)$$

Здесь i – номер узла сетки по радиусу капель, j – номер шага по времени. Аналогичная разностная схема приведена в [7] для уравнения свободномолекулярного разлета.

Схема (14) удовлетворяет условию постоянства нулевого момента (12), если при $r = r_{\max}$ функция распределения всегда остается равной нулю. Условие устойчивости схемы (16) в соответствии с [7] определяется следующим образом:

$$\Delta t \leq \Delta r / \max(\dot{r}). \quad (15)$$

Физический смысл этого условия заключается в том, что любая капля вследствие своего роста может переместиться только в соседнюю ячейку сетки по радиусу капель. Общий порядок расчетов на каждом шаге по времени может быть представлен следующим образом:

- 1) Расчет скоростей роста для всех узлов сетки, а также скорости нуклеации.
- 2) Решение уравнения нуклеации.
- 3) Решение уравнения роста капель.
- 4) Расчет необходимых моментов функции распределения.

Предложенный метод был использован для решения задачи о конденсационной релаксации пересыщенного пара при расширении парогазовой смеси, ранее решенной моментным методом для больших чисел Кнудсена [9-11]. Рассматривается смесь пара и неконденсирующегося газа в теплоизолированном цилиндре с подвижным поршнем. В начальный момент времени пар находится в стабильном состоянии на линии насыщения, жидкая фаза отсутствует. Скорость движения поршня определяет скорость расширения парогазовой смеси и тем самым – скорость создания пересыщенного состояния пара. В свою очередь, величина перемещения поршня определяет степень расширения (отношение текущего значения объема V к начальному V_0), а также степень пересыщения пара $s = p_v / p_\infty^s(T)$, где p_v – парциальное давление пара, $p_\infty^s(T)$ – давление насыщения над плоской границей раздела фаз жидкость – пар. В работе [11] выведено следующее уравнение для степени пересыщения в объеме под поршнем:

$$\frac{d \ln s}{dt} = A_1 \frac{d \ln V}{dt} - \alpha \pi r_d^2 n_d v_T A_2, \quad (16)$$

где

$$A_1 = (\gamma - 1) \left(\frac{L \mu_v}{RT} - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right), \quad A_2 = 1 + g_v \frac{L}{C_p T} \left(\frac{L \mu_v}{RT} - 1 \right), \quad (17)$$

α – коэффициент конденсации, γ – показатель адиабаты, L – теплота испарения, μ_v – молярная масса пара, R – универсальная газовая постоянная, C_p – удельная теплоемкость паро-газо-капельной смеси, v_T – тепловая скорость молекул пара, g_v – массовая доля пара в смеси, n_d – числовая плотность капель, r_d – средний радиус капель. В правой части (16) первое слагаемое описывает увеличение степени пересыщения вследствие адиабатического расширения, а второе – уменьшение степени пересыщения в процессе конденсации, обусловленное как снижением парциального давления пара (первое слагаемое в A_2), так и ростом температуры смеси при выделении теплоты фазового перехода (второе слагаемое в A_2).

При выводе уравнения (16) использовались определение степени пересыщения, зависимость давления насыщенного пара от температуры согласно уравнению Клапейрона – Клаузиуса, уравнение адиабаты Пуассона, уравнение состояния пара, а также балансовые соотношения для энергии и числа молекул пара:

$$\rho_\Sigma C_p \frac{dT}{dt} = \frac{L \mu_v}{N_A} \frac{dn_c}{dt}, \quad (18)$$

$$\frac{dn_c}{dt} = -\frac{dn_v}{dt} \quad (19)$$

Здесь n_v и n_c – числовая плотность молекул пара и конденсата соответственно, T – температура парогазовой смеси. Использование единого для обеих фаз уравнения энергии в форме (18) возможно только в рамках модели, предполагающей равенство температуры капель и парогазовой смеси.

Кинетическое уравнение для функции распределения капель по размерам (1) и система уравнений (16–19) описывают процесс конденсационной релаксации в адиабатической постановке с учетом тепловыделения при произвольном законе изменения объема пара со временем. В данной работе, как и в [9,10], рассмотрен случай мгновенного установления состояния пересыщения. Физически такая постановка задачи предполагает, что время расширения пара много меньше характерного времени конденсации пара, что позволяет не рассматривать конденсацию на стадии расширения и ограничиться в уравнении (18) вторым слагаемым в правой части. Для расчета скорости нуклеации использовалась формула Френкеля – Зельдовича, а для расчета скорости роста – интерполяционная формула Фукса [12], позволяющая проводить вычисления при любых значениях чисел Кнудсена:

$$\dot{r} = \frac{\alpha(p_v - p^s)}{\rho_l \sqrt{2\pi RT/\mu_v}} \left(1 + \frac{\alpha}{D} \sqrt{\frac{RT}{2\pi\mu_v}} \frac{r^2}{r + \lambda} \right)^{-1}, \quad (20)$$

где ρ_l – плотность жидкости, D – коэффициент диффузии.

В настоящей работе рассматривается конденсационная релаксация для двух смесей: цезий – аргон и этан – аргон. Для смеси цезия и аргона радиус капель существенно меньше средней длины свободного пробега, что позволяет протестировать разработанный метод, поскольку для свободномолекулярного режима существует решение кинетического уравнения (1) моментным методом. Режим роста капель для смеси этана и аргона является переходным. На рис. 1 показана зависимость числа Кнудсена от времени в процессе конденсации для обеих смесей, при этом в качестве характерного размера использовался средний радиус капель.

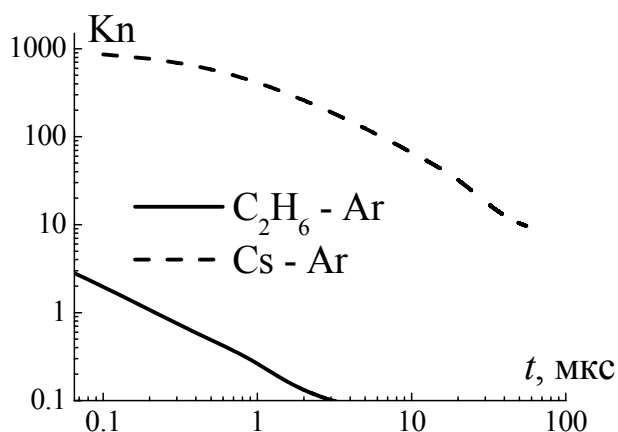


Рис. 1. Зависимость числа Кнудсена от времени в процессе объемной конденсации для различных смесей.

Расчеты для смеси аргона (газ) и цезия (пар) были выполнены для следующих исходных данных: давление смеси 0.017 МПа, начальная температура 560 К, начальное отношение парциальных давлений пара и газа 0.138. При таких параметрах смеси степень пересыщения при $t = 0$ равна 9.956. На рис. 2 представлены зависимости

температуры, степени пересыщения и числовой плотности капель от времени, а также зависимость функции распределения от радиуса капель в различные моменты времени.

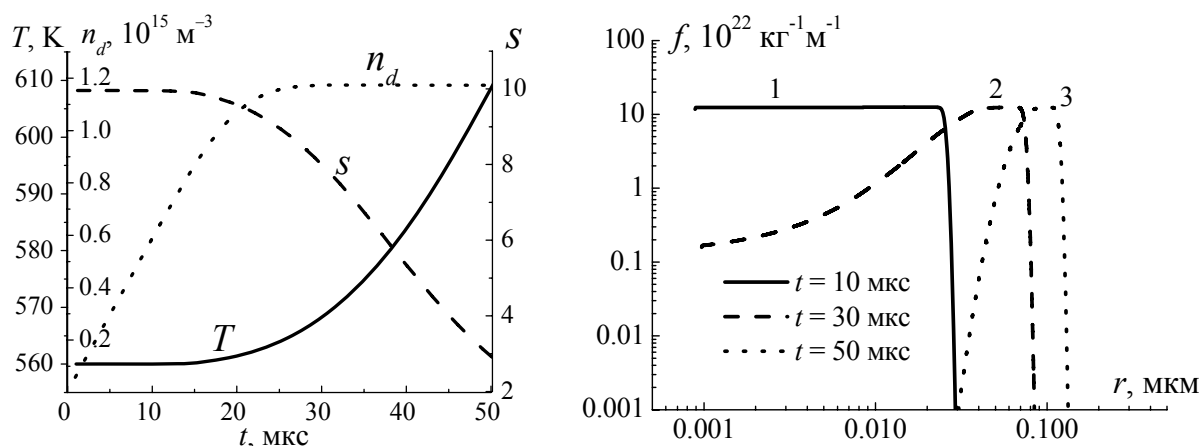


Рис. 2. Макропараметры и функция распределения для смеси цезия и аргона.

Тепловыделение в процессе конденсации пропорционально скорости роста объема капель, которая в том случае, когда скорость роста не зависит от радиуса, пропорциональна квадрату радиуса капли. В связи с этим на начальной стадии процесса (в течение периода индукции [9]), когда существуют капли только достаточно малого радиуса, образование капель и их рост не сопровождаются заметным изменением температуры и степени пересыщения. Вследствие этого скорость нуклеации практически постоянна, и рост числа капель происходит по линейному закону. Когда первые образовавшиеся капли становятся относительно крупными, температура начинает расти, а степень пересыщения снижается. Так как скорость нуклеации сильно зависит от степени пересыщения, через некоторое время образование новых капель практически прекращается.

В течение периода индукции функция распределения соответствует образованию капель с постоянной скоростью (кривая 1). Вскоре после завершения периода индукции (кривая 2) характер функции распределения соответствует убывающей скорости образования новых капель. К моменту времени, соответствующему примерно учетверенному периоду индукции (кривая 3), функция распределения приобретает законченный вид, соответствующий прекращению образования новых капель. Правый фланг функции распределения с течением времени перемещается вдоль оси размера капель без искажения (кривые 1-3), что соответствует росту ранее образовавшихся капель со скоростью, не зависящей от радиуса капель. Результаты, представленные в данном разделе и полученные с помощью метода прямого численного решения, совпадают с ранее полученными результатами [9-11] при использовании моментного метода в варианте системы уравнений (3).

Успешное тестирование предложенного метода для свободномолекулярного режима роста капель позволило расширить область его применения в сторону уменьшения чисел Кнудсена. Расчеты были проведены для смеси этана (пар) и аргона (газ) для начальных значений давления и температуры 0.2 МПа и 160 К соответственно и отношения парциальных давлений пара и газа 0.25, при этом начальная степень пересыщения равна 5.76. Режим роста капель меняется от свободномолекулярного до континуального. В начале процесса существуют только капли с радиусом, близким к критическому, для которых число Кнудсена существенно больше единицы, а режим роста близок к свободномолекулярному. С течением времени капли растут, их радиус становится больше длины свободного пробега, режим роста меняется.

Формально моментный метод в варианте системы уравнений (4) при таких условиях применяться не может. Однако в литературе используется следующий подход: скорость роста капель определяется по формуле Фукса либо ее аналогам, но вместо текущего значения радиуса капли r в нее подставляется средний радиус r_d . Такой подход к расчету скорости роста позволяет использовать моментный метод, так как скорость роста не зависит от размера капли, и уравнения для моментов являются дифференциальными, а не интегро-дифференциальными. При численном решении уравнений для моментов значение среднего радиуса, необходимое для расчета скорости роста, берется с предыдущего шага по времени. Пример использования данного подхода представлен в [4], где исследовалось турбулентное течение пара с конденсацией в соплах Лавала.

Использование метода прямого численного решения позволило оценить правомерность описанного подхода. Для этого было проведено сравнение между результатами, полученными с его использованием, и результатами, полученными на основе строгого подхода (скорость роста зависит от текущего радиуса капли) с применением метода прямого численного решения. Таким образом, для смеси аргона и этана получено два варианта решения: а) вычисление скорости роста капель по текущему радиусу; б) вычисление скорости роста капель по среднему радиусу. Полученные результаты показаны на рис. 3 в том же виде, что и для смеси аргона и цезия.

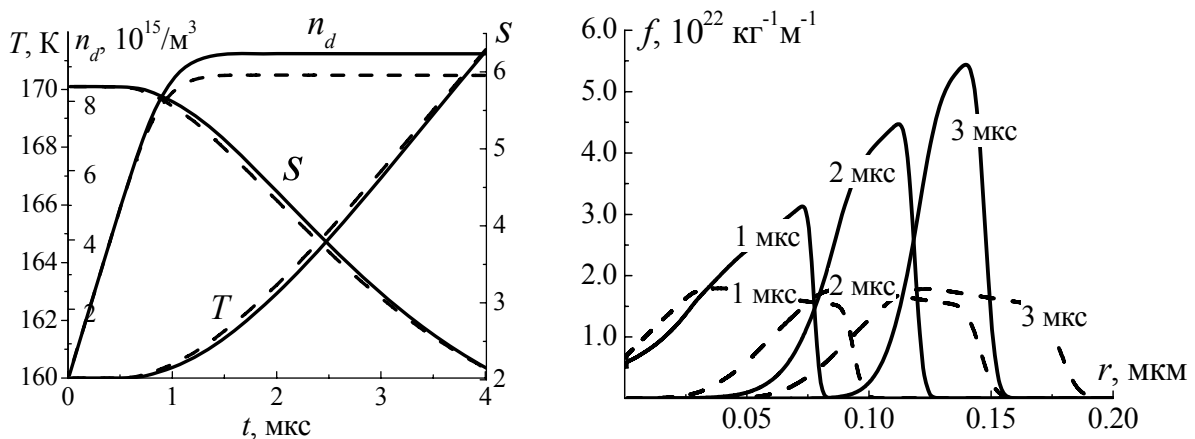


Рис. 3. Макропараметры и функция распределения для смеси аргона и этана (сплошные линии и штриховые линии – для расчета скорости роста по r и r_d соответственно)

Уменьшение числа Кнудсена не изменяет качественного характера зависимостей макропараметров от времени. Как и при свободномолекулярном режиме, в данном случае существует период индукции, в течение которого выделение теплоты конденсации достаточно мало, и температура парогазовой смеси и степень пересыщения практически не меняются. Скорость нуклеации при этом уменьшается очень медленно, поэтому числовая плотность капель растет практически линейно. Для смеси этан-аргон период индукции меньше, чем для смеси цезий-аргон. Это связано с соответствующим повышением плотности парогазовой смеси вследствие более низкой температуры и более высокого давления.

Легко видеть, что зависимости макропараметров от времени, полученные с использованием различных вариантов расчета скорости роста, отличаются незначительно. В то же время функция распределения капель по размерам для двух вариантов демонстрирует значительные отличия, как в количественном, так и в качественном отношении: вычисление скорости роста по текущему радиусу приводит к сужению и обострению профиля функции распределения по сравнению со случаем

вычисления скорости роста капель по среднему радиусу. Уменьшение скорости роста капель по мере увеличения их размера при расчете скорости роста по среднему радиусу происходит только вследствие снижения степени пересыщения, при расчете по текущему радиусу – еще и в связи с зависимостью скорости роста от радиуса капель. Таким образом, замедление роста капель при использовании текущего радиуса проявляется более резко, чем для среднего радиуса капель.

Известно, что в общем случае давление насыщения над криволинейной поверхностью раздела фаз зависит не только от температуры, но и от кривизны этой поверхности. Для сферических капель эта зависимость имеет следующий вид [2]:

$$p^s = p^s(T, r) = p_\infty^s(T) \exp\left(\frac{r_{kp} \ln s}{r}\right) \quad (21)$$

Учет этой зависимости делает затруднительным использование моментного метода даже при свободномолекулярном режиме роста капель, так как скорость роста становится зависящей от размера капель. Однако необходимость учета (21) не является очевидной, напротив, обычно считается, что эта зависимость актуальна только для капель очень малого размера, и ее можно не учитывать.

Метод прямого численного решения позволил получить решение кинетического уравнения для функции распределения капель по размерам с учетом (23) и таким образом выяснить влияние зависимости давления насыщения на характеристики процесса объемной конденсации. При тех же исходных данных, что и в предыдущих случаях, рассматривались два варианта расчета давления насыщения: а) давление насыщения зависит только от температуры; б) давление насыщения зависит от температуры и радиуса. Полученные результаты для смеси аргона и этана представлены на рис. 4, результаты для смеси аргона и цезия имеют аналогичный вид.

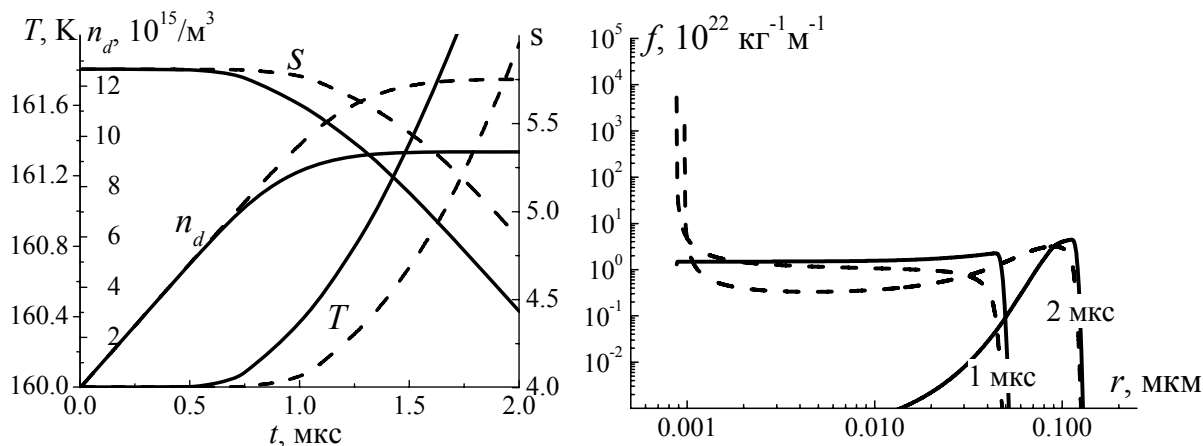


Рис. 4. Макропараметры и функция распределения для смеси аргона и этана: сплошные линии – $p_s(T)$, штриховые – $p_s(T, r)$

При учете зависимости давления насыщения от размера капель продолжительность периода индукции увеличивается, что сопровождается пропорциональным увеличением стационарного значения числовой плотности капель. Температура и степень пересыщения для обоих вариантов достигают близких значений, но со сдвигом по времени. Таким образом, продолжительность периода конденсационной релаксации при учете зависимости давления насыщения от текущего радиуса капель возрастает. Это связано с тем, что скорость роста капель околоскритического радиуса при учете (21) значительно ниже, чем без учета, что приводит к снижению скорости тепловыделения. Для капель малого размера функции распределения существенно отличаются с

тенденцией убывания отличия со временем, с ростом размера капель различие также уменьшается. При учете зависимости давления насыщения от размера капель функция распределения при радиусе, близком к критическому, достигает очень высоких значений, что связано с крайне низкой скоростью роста в этой области. Аналогичный вид функции распределения был получен в [13], причем авторы указанной работы полагают, что высокие значения функции распределения для очень малых капель не могут быть получены с использованием классической теории нуклеации. Из представленных результатов для функции распределения следует, что данное заключение справедливо только в том случае, если зависимость давления насыщения от радиуса капель не учитывается.

На рис. 5 представлена динамика фракционного состава капель для смеси аргона и этана. Для обоих вариантов расчета давления насыщения в течение периода индукции представлена только одна фракция капель околокритического размера. В дальнейшем вследствие роста образовавшихся капель и замедления процесса нуклеации происходит образование дополнительной фракции сверхкритических капель. По завершении периода индукции происходит быстрое обеднение фракции околокритических капель с появлением новых фракций сверхкритических капель. Следует отметить, что существенные различия функции распределения в области околокритических радиусов приводят к заметно меньшим отличиям фракционного состава. Это связано с тем, что высокие значения функции распределения, возникающие при учете зависимости (21), сосредоточены в очень узкой области по радиусу капель.

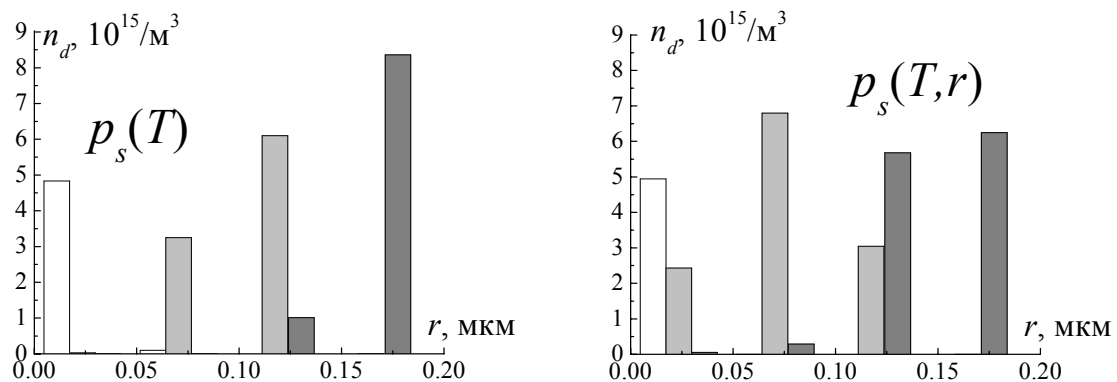


Рис. 5. Динамика фракционного состава капель для смеси аргона и этана
(1 мкс – белые столбики, 2 мкс – светлые, 3 мкс – темные)

В заключение отметим следующее. 1. Для исследования процесса объемной конденсации пересыщенного пара предложен метод прямого численного решения кинетического уравнения для функции распределения капель по размерам. При разработке алгоритма использована аналогия с соответствующим методом решения кинетического уравнения Больцмана. Основным достоинством предлагаемого подхода является отсутствие ограничений по числу Кнудсена. 2. Тестирование метода показало, что для больших чисел Кнудсена моментный метод и прямое численное решение приводят к совпадающим результатам. Это служит подтверждением надежности предлагаемого метода, поскольку для свободномолекулярного режима роста капель фактически сопоставлялись результаты численного и аналитического решений кинетического уравнения. 3. Проведено сравнение полученных результатов в широком диапазоне чисел Кнудсена с результатами, полученными с использованием моментного метода в варианте системы моментных уравнений. Исследовано влияние зависимости давления насыщения от размера капель на динамику процесса конденсационной релаксации пересыщенного пара.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №07-08-00082).

Литература

- [1] Баханов В.П., Буйков М.В. Кинетика спонтанной квазистационарной конденсации пересыщенного пара в камере Вильсона. Коллоидный журнал. 1967. Т. 29, № 6, с. 779-785.
- [2] Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
- [3] Шнейдман В.А., Шубенко А.Л. Формирование и эволюция спектра размеров частиц жидкой фазы при неравновесной гомогенной конденсации. Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1990. № 1, с. 108-116.
- [4] Аветисян А.Р., Алипченков В.М., Зайчик Л.И. Моделирование течения спонтанно конденсирующегося влажного пара в соплах Лавала. Теплофизика высоких температур. 2002. Т. 40, №6, с. 938-946.
- [5] Корценштейн Н.М., Самуйлов Е.В., Ястребов А.К. О возможности моделирования процесса объемной конденсации пересыщенного пара методом прямого численного решения основного кинетического уравнения. Доклады АН. 2006. Т. 408, № 5, с. 631-635.
- [6] Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
- [7] Аристов В.В., Черемисин Ф.Г. Прямое численное решение кинетического уравнения Больцмана. М.: Вычислительный центр РАН, 1992.
- [8] Черемисин Ф.Г. Дискретная аппроксимация и примеры решения уравнения Больцмана. Вычислительная динамика разреженного газа. М.: Вычислительный центр РАН, 2000. С. 37-74.
- [9] Корценштейн Н.М. Анализ результатов численного моделирования конденсационной релаксации пересыщенного пара. Коллоидный журнал. 2002. Т. 64. № 5. С. 628-638.
- [10] Корценштейн Н.М., Самуйлов Е.В. О возможности экспериментального определения скорости нуклеации в пересыщенном паре. Доклады АН. 2003. Т. 392, № 3, с. 365-369.
- [11] Корценштейн Н.М., Самуйлов Е.В. Коденсационная релаксация пересыщенного пара в статических и динамических условиях. Доклады АН. 2004. Т. 397, № 4, с. 501-506.
- [12] Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1958.
- [13] Горбунов А.А., Иголкин С.И. Теория нуклеации: физические обоснования, численное моделирование и результаты экспериментов. Труды 4-й Российской национальной конференции по теплообмену. М.: Издательский дом МЭИ, 2006. Т. 5, с. 97-101.